

## I – القوانين الثلاثة لكيبلر Kepler

### 1 – المرجع المركزي الشمسي

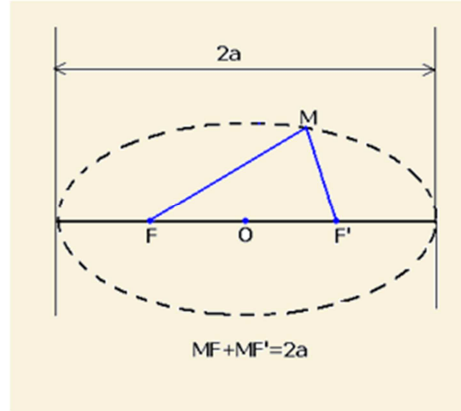
المرجع الجاليلي الملائم لدراسة حركة الكواكب حول الشمس هو المرجع المركزي الشمسي .  
لدراسة حركة الكواكب حول الشمس نربط معلم متعامد وممنظم  $(S, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  بالمرجع المركزي الشمسي حيث مركزه الشمس  
ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة جدا نعتبرها ثابتة .

### 2 – قوانين كيبلر :

#### أ – القانون الأول أو قانون المدارات الإهليجية .

يحدد هذا القانون بدقة طبيعة مسارات مراكز قصور الكواكب .

**نص القانون : مسار مركز قصور كوكب ، في المرجع المركزي الأرضي ، إهليلج يشكل مركز الشمس إحدى بؤرتيه .**



الإهليلج منحنى مستو ، حيث يكون مجموع المسافتين اللتين تفصلان نقطة ما من هذا المنحنى ، تباعا ، بنقطتين ثابتتين ،  
مجموعا ثابتا . تشكل النقطتان F و F' بؤرتي الإهليلج .

لتكن النقطة M من الإهليلج لدينا :  $MF + MF' = Cte = 2a$  :  
a نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

مثال : مدار الأرض حول الشمس هو عبارة عن إهليلج ، يسمى فلك  
البروج l'éliptique بحيث ينتمي مركز الشمس إلى مستوى هذا المدار .

#### ب – القانون الثاني أو قانون المساحات .

نعتبر كوكبا مركز قصوره P في حركة حول الشمس . خلال المدة الزمنية  
 $\Delta t = t_2 - t_1$  ينتقل من P إلى P<sub>1</sub> إلى P<sub>2</sub> . أي أن خلال هذا

الانتقال تم كسح مساحة  $\mathcal{A}_1$  وهي المحصورة بين [SP<sub>1</sub>] و [SP<sub>2</sub>] والمقطع

P<sub>1</sub>P<sub>2</sub> لمسار P .

خلال نفس المدة الزمنية  $\Delta t = t_4 - t_3$  ينتقل P من P<sub>3</sub> إلى P<sub>4</sub> أي أنه خلال هذا الانتقال تم كسح المساحة  $\mathcal{A}_2$  حيث

$$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$$

**نص القانون : تكسح القطعة [SP] التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متقايسة في مدد زمنية  
متساوية .**

يترجم هذا القانون ملاحظة كيبلر والتي تؤكد أن الكواكب تدور حول الشمس  
بسرعة غير ثابتة ؛ أي أن الكوكب كلما اقترب من الشمس زادت سرعته  
والعكس صحيح .

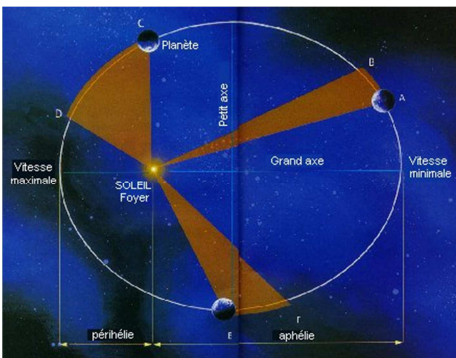
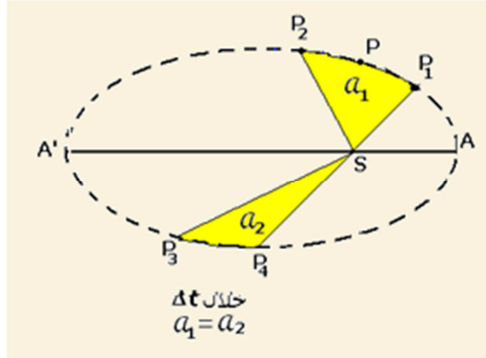
تكون سرعة الكوكب قصوى عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A الأقرب  
من مركز الشمس ؛

وتكون سرعة الكوكب دنيا عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A' الأبعد  
من مركز الشمس .

#### ج – القانون الثالث أو قانون الأدوار ؛

الدورة الفلكية : هي حركة كوكب ما بين مرورين متتاليين لمركزه P  
من نفس النقطة من مداره حول الشمس .

الدور المداري T للكوكب هو المدة الزمنية التي يستغرقها مرزه لإنجاز دورة فلكية كاملة .



**نص القانون : يتناسب مربع الدور المداري اطرادا مع مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليلج .**

$$\frac{T^2}{a^3} = k \text{ : ونعبر عن هذا النص بالعلاقة التالية :}$$

حيث أن  $T$  الدور المداري ب (s)  
 $a$  نصف طول المحور الكبير للإهليلج بالمتري (m) ؛  
 $K$  ثابتة لا تتعلق بالكوكب ، وحدتها  $m^2/s^3$  ،  
 قيمة  $k$  هي نفسها بالنسبة لجميع كواكب النظام الشمسي .  
**ملحوظات :** بالنسبة للكواكب التي يمكن اعتبار أن مداراتها دائرية شعاعها  $r$

$$\frac{T^2}{r^3} = k \text{ : يكتب القانون الثالث لكيبلر :}$$

نطبق قانون كيبلر أيضا على الأقمار الاصطناعية التي تدور حول كوكب ما . في هذه الحالة يشكل مركز الكوكب إحدى بؤرتي الإهليلج ، كما أنه بالنسبة لخارج القسمة  $\frac{T^2}{a^3} = k'$  هو نفسه بالنسبة لجميع الأقمار التي تدور حول نفس الكوكب . تتعلق قيمة  $k'$  بكتلة الكوكب .

## II - حالة المسار الدائري

سنقتصر في دراسة حركة الأقمار والكواكب على حالة واحدة حيث يكون المدار دائريا . حيث ينتج عن تطبيق قوانين كيبلر الخاصيات لتالية :

– مدار الكوكب دائري مركزه الشمس

– سرعة  $P$  مركز الكوكب ثابتة أي أن الحركة دائرية منتظمة

– قانون الأذوار يصبح هو :  $\frac{T^2}{r^3} = k$  ،  $r$  هو شعاع المسار الدائري .

## III - الحركة الدائرية المنتظمة

### 1 - تعريف

تكون حركة نقطة دائرية منتظمة إذا كان مسار هذه النقطة دائريا وإذا كانت قيمة سرعتها ثابتة .

### ب - متجهة السرعة

نعتبر نقطة  $M$  في حركة دائرية منتظمة في معلم معين . مسار  $M$  دائري مركزه  $C$  ، وشعاعه  $r$  ، موجه موجبا في منحنى الحركة . نمعلم موضع  $M$  في المستوى  $(C, \vec{i}, \vec{j})$  بالزاوية  $\theta$  هو الأفصول الزاوي .  
 خاصة حركة دائرية منتظمة :

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = cte \text{ : السرعة الزاوية ثابتة :}$$

– متجهة السرعة  $\vec{v}$  مماسة للمسار الدائري ، ومنحاهها هو

منحنى الحركة :  $\vec{v} = r \cdot \omega \vec{u}$  ؛  $\vec{u}$  متجهة واحدة مماسية للمسار.

– دور الحركة هو مدة دورة كاملة :  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$  .

وحدة الفصول الزاوي هي الراديان rad ووحدة السرعة الزاوية  $\omega$  هي rad/s

### ج - متجهة التسارع

في الحركة الدائرية المنتظمة يتغير اتجاه متجهة السرعة ، باعتبار أساس فريني فإن  $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u} + \frac{v^2}{r} \vec{n}$  ونعلم أنه

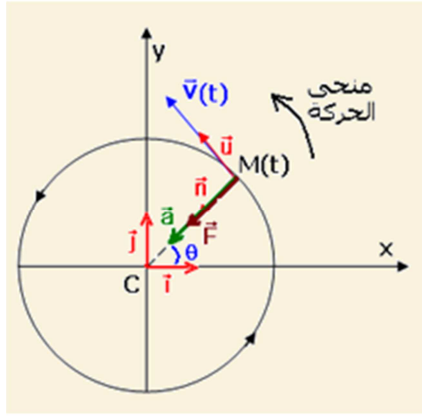
$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{n} \text{ أي أن } v = cte \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \text{ بالنسبة للحركة الدائرية المنتظمة}$$

وبالتالي فإن متجهة التسارع غير منعدمة ومحمولة من طرف المتجهة المنظمة  $\vec{n}$  أي موجه نحو مركز الدائرة .

**بالنسبة لحركة دائرية منتظمة ، متجهة التسارع مركزية انجذابية ، تعبيرها هو :**

$$\vec{a} = r\omega^2 \vec{n} \text{ فإن } v = r \cdot \omega \text{ وبما أن}$$

$\omega$  السرعة الزاوية نعبر عنها ب rad/s و  $r$  شعاع المسار الدائري ونعبر عنه بالمتري ،  $v$  قيمة السرعة ونعبر عنها ب m/s و  $a$  قيمة التسارع ونعبر عنها ب  $m/s^2$  و  $\vec{n}$  المتجهة الواحدة المنظمة موجهة نحو المركز  $C$  .



## 2 - الشرط الأساسي للحصول على حركة دائرية منتظمة .

نعتبر جسما صلبا كتلته  $m$  ، وحركة مركز قصوره دائرية منتظمة في معلم غاليلي .

نطبق القانون الثاني لنيوتن على حركة هذا الجسم :  $\sum \vec{F}_{\text{ex}} = m \cdot \vec{a}_G$

بحيث أن  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}$  مجموع القوى المطبقة على الجسم الصلب .

للحصول على حركة دائرية منتظمة يجب أن تكون متجهة التسارع  $\vec{a}_G$  لمركز قصور الجسم انجذابية مركزية منتظمة ثابت ويساوي :

وبالتالي فإن  $\vec{F}$  مجموع القوى المطبقة على الجسم قوة

مركزية انجذابية أي محمولة من طرف المتجهة الواحدية  $\vec{n}$

$$\text{ومنظمها } F = \frac{mv^2}{r} .$$

### شروط الحصول على حركة دائرية منتظمة لجسم صلب:

سرعة البدئية غير منعدمة

مجموع القوى المطبقة عليه مركزية انجذابية

## VI - قانون نيوتن للتجاذب الكوني

نص القانون :

يحدث بين جسمين نقطيين (A) و (B) كتلتهما  $m_A$  و  $m_B$  ، وتفصل بينهما مسافة AB ، تجاذب كوني قوتهما

$\vec{F}_{A/B}$  و  $\vec{F}_{B/A}$  بحيث أن :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{G \cdot m_A \cdot m_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

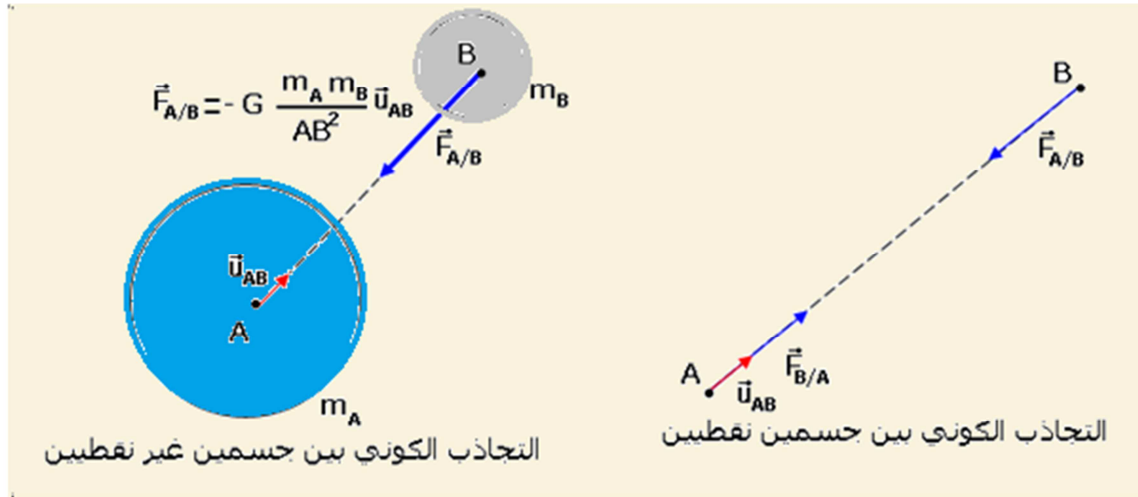
G : ثابتة التجاذب الكوني :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

$\vec{u}_{AB}$  متجهة واحدة موجهة من A نحو B .

يطبق هذا القانون كذلك على الأجسام غير نقطية في الحالتين التاليتين :

- أجسام ذات تماثل كروي لتوزيع الكتلة .

- أجسام لها أبعاد مهملة أمام المسافة الفاصلة بينهما .



## IV - الحركة المدارية للكواكب

نختار كمرجع لدراسة حركة كوكب حول الشمس المرجع المركزي الشمسي . ونبين أن حركة هذا الكوكب حول الشمس حركة منتظمة ونحدد مميزات هذه الحركة .

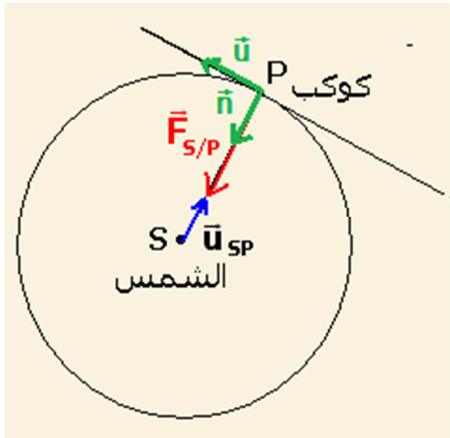
### 1 - تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

نعتبر كوكبا كتلته  $m$  ومركزه P الذي يتطابق مع مركز قصوره في حركة دائرية حول الشمس ذات كتلة  $m_S$  ومركزها S .

أ - طبيعة الحركة

$$\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m \cdot m_S}{r^2} \vec{u}_{SP} : \text{ يخضع الكوكب إلى قوة التجاذب الكوني}$$

$$\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m \cdot m_S}{r^2} \vec{u}_{SP} = m \cdot \vec{a}_P \Rightarrow \vec{a}_P = -G \frac{m_S}{r^2} \vec{u}_{SP} : \text{ لدينا ،}$$



يلاحظ من خلال العلاقة أن  $\vec{a}_P = \vec{a}_N$  و  $\vec{u}_{SP}$  لهما نفس الاتجاه يعني أن التسارع

انجذابي مركزي أي أن قوة التجاذب الكوني قوة انجذابية مركزية فإن :

$$\vec{F}_{S/P} = -m \cdot \frac{v^2}{r} \vec{u}_{SP} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = G \frac{m_S}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}}$$

وبالتالي فإن منظم السرعة ثابت أي أن حركة P حركة دائرية منتظمة .

في مرجع مركزي أرضي تكون حركة كوكب حول الشمس دائرية منتظمة ، ومسار

$$\text{مركزه دائرة شعاعها } r \text{ ، بشرط أن تحقق سرعته العلاقة : } v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}}$$

### ب - تعبير الدور المداري T للكوكب .

الدور المداري T هو المدة الزمنية التي يستغرقها الكوكب لإنجاز دورة كاملة حول

الشمس بسرعة v .

$$\text{لدينا } T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_S}} \text{ من هذه العلاقة نحصل على القانون الثالث لكيبلر : } \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_S}$$

وبالتالي  $\frac{T^2}{r^3}$  لا تتعلق بكتلة الكوكب المدروس .

### ٧ - الحركة المدارية للأقمار الاصطناعية للأرض .

لدراسة أقمار الأرض نختار كجسم مرجعي المرجع المركزي الأرضي

نسمي قمرا كل جسم في حركة مدارية حول كوكب .

مثال : يشكل القمر (la lune) قمرا طبيعيا للأرض .

### 1 - تعبير السرعة والدور المداري .

تكون حركة قمر اصطناعي حول الأرض حركة دائرية منتظمة عندما

يتحقق الشرطان :

- القوة المطبقة من طرف الأرض T ذات الكتلة  $m_T$  والشعاع  $r_T$  على

القمر الاصطناعي S (  $\vec{F}_{T/S}$  ) انجذابية مركزية .

$$- \text{ منظمها } F_{T/S} \text{ ثابت ، ويحقق العلاقة } F_{T/S} = \frac{mv^2}{r} \text{ أي أن التسارع } a = \frac{v^2}{r}$$

وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن : يوجد القمر الاصطناعي

تحت تأثير القوة (  $\vec{F}_{T/S}$  ) القوة المطبقة من طرف الأرض على

القمر الاصطناعي :

$$\vec{F}_{T/S} = -G \frac{m_T \cdot m_S}{r^2} \vec{u}_{TS} = -\frac{m_S v^2}{r} \vec{u}_{TS}$$

$$v^2 = \frac{G m_T}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G m_T}{r}}$$

بحيث أن  $r = r_T + z$  و z هو ارتفاع القمر الاصطناعي بالنسبة للأرض و  $r_T$  شعاع الأرض .

$$\text{الدور المداري T لحركة القمر الاصطناعي هو : } T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{(r_T + z)^3}{G \cdot m_T}}$$

ملحوظة : لاتعلق v سرعة دوران القمر الاصطناعي والدور المداري T بكتلة القمر الاصطناعي بل تتعلق بارتفاعه z بالنسبة

لسطح الأرض .

### 2 - الاستقمار satellisation

**تعريف :**

الاستقمار هو وضع قمر اصطناعي في مداره حول الأرض وإعطاؤه سرعة كافية تخول له حركة دائرية منتظمة حول الأرض .

تتم هذه العملية بواسطة مركبة فضائية والتي تقوم بدور مزدوج :

- حمل القمر الاصطناعي إلى ارتفاع يفوق حوالي 200km حيث الغلاف الجوي الأرضي تقريبا منعدم .

– منح القمر الاصطناعي سرعة تجعله يبقى في مدار دائري حول الأرض بحيث تكون متجهة السرعة البدئية عمودية على

$$v = \sqrt{\frac{G.m_T}{(r_T + z)}} \quad \text{متجهة الموضع } \overline{TS} \text{ ومنظمها يحقق العلاقة :}$$

نعتبر أن القمر الاصطناعي خاضعا لقوة التجاذب الأرضي فقط ونهمل الاحتكاكات المتعلقة بالجو .

### 3 – الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض .

يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض إذا بدا دوما غير متحرك بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض .

**ما هي الشروط لكي يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض :**

في المرجع المركزي الأرضي ، تدور الأرض حول محورها القطبي ،

ويساوي الدور T لهذا الدوران الخاص يوما فلكيا ( 24 ساعة )

لكي يظهر القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض يجب :

– أن يدور في منحنى دوران الأرض حول محور قطبيها .

– يساوي دوره المداري T دور حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي .

– يوجد مداره الدائري في مستوى خط الاستواء للأرض .

تمكن قيمة T من تحديد قيمة z ، أي أن  $T = 23h56 \text{ min} = 84164 \text{ s}$  أي أن الارتفاع z عن سطح الأرض هو :

$$T = \sqrt{\frac{(r+z)^3}{G.m_T}} \Rightarrow z = \left( \frac{T^2 \cdot G.m_T}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - r_T$$

تطبيق عددي :

$$z \approx 36000 \text{ km}$$

