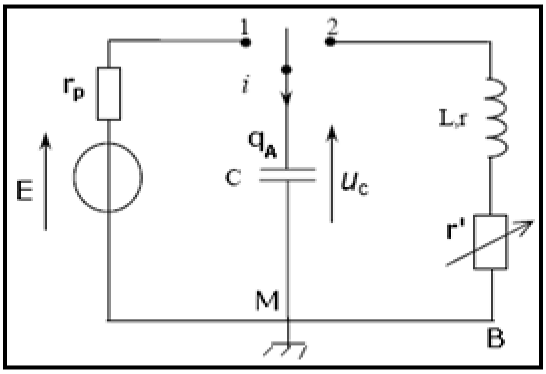
I ـ تفريغ مكثف في وشيعة

1ـ النشاط التجريبي1



نجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه حيث نستعمل وسيط معلوماتي وحاسوب وبرنم يعالج المعطيات أو راسم التذبذب ذاكراتي .

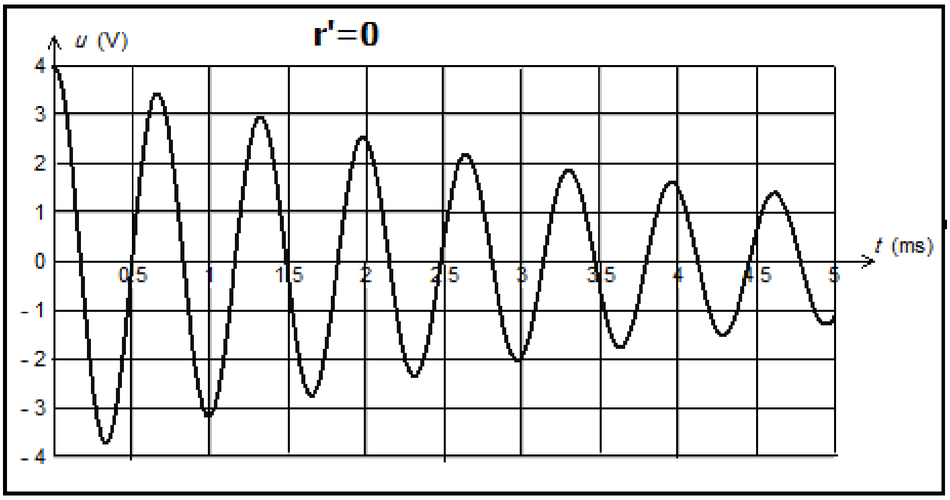
+ نضبط التوتر المستمر الذي يعطيه المولد على القيمة E=3V ومقاومة الموصل الاومي على $r'=0\Omega$

+نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (1) لمدة زمنية كافية لشحن المكثف كليا .

+نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فنحصل على دارة RLC متوالية مقاومتها الكلية $R=r+r'$ حيث r مقاومة الو شيعة .

+نعاين التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف

النتائج :



الاستثمار:

1ـ يمثل الرسم التذبذبي الممثل في الشكل أعلاه نموذجا للمنحنى المحصل عليه بالنسبة $r'=0$

1-1 كيف يتغير وسع التوتر $u_c(t)$ ؟ هل $u_c(t)$ دالة دورية ؟

عند وضع K في الموضع (1) يشحن المكثف وعند وضعه في الموضع (2) نحصل على دارة RLC متوالية حيث في هذه الحالة يفرغ المكثف في الوشيعة .

ويكون التوتر $u_c(t)$ بين مربطي المكثف متناوبا . $u_c(t)$ ليست بدالة دورية .

-وسع التوتر $u_c(t)$ يتناقص مع الزمن t نقول **أن التذبذبات مخمدة**

بما أن الذبذبات تتم دون أن نزود الدارة RLC بالطاقة غير الطاقة المخزونة في المكثف ، نقول **أن الذبذبات حرة .**

خلاصة :

يؤدي تفريغ مكثف ، مشحون ، في وشيعة دارة RLC متوالية ، إلى ظهور تذبذبات حرة ومخمدة .

نقول أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا حرا ومخمدا .

أنظمة الذبذبات الحرة :

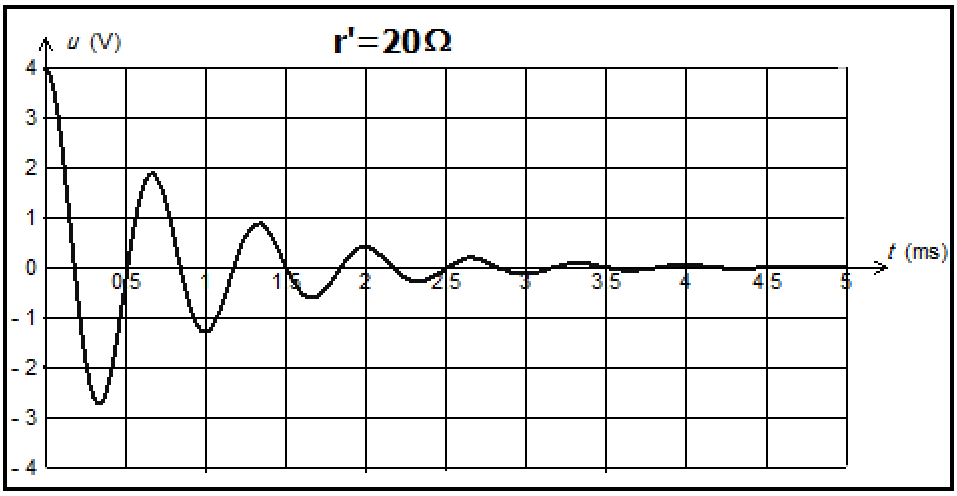
2-1 نسمي شبه الدور Tالمدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليين للتوتر $u_c(t)$.عين مبيانيا T

من خلال المبيان يمكن أن نعين شبه الدور وهو المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر $u_c(t)$. من خلال المبيان لدينا : 3T=2ms أي أن T=1,5ms

ـ تعريف بشبه الدور T

نسمي شبه الدور Tالمدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليين للتوتر $u_c(t)$.

2 ـ نضبط مقاومة الموصل الأومي على $r'=20\Omega$ فنحصل على المنحنى التالي :



ما تأثير المقاومة R على :

1-2 وسع التذبذبات ؟

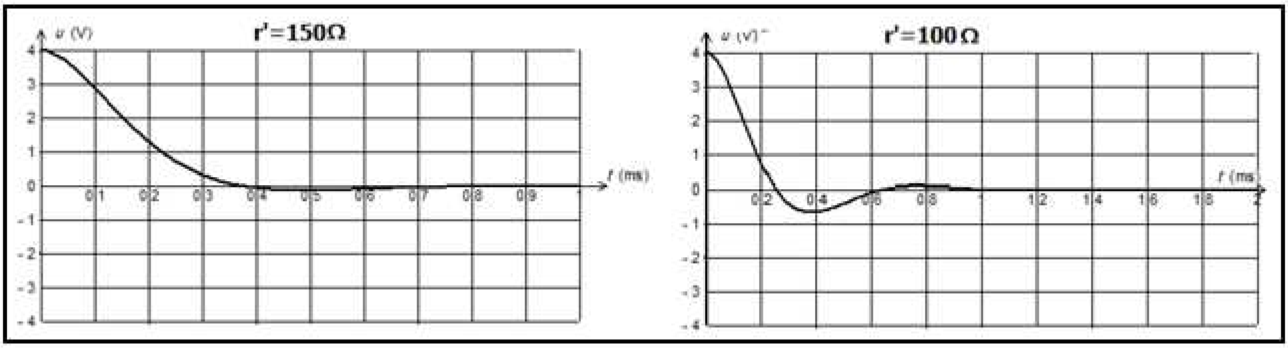
عندما نغير المقاومة الكلية للدارة يتغير وسع الذبذبات.

2-2 شبه الدور T ؟

بالنسبة لقيم المقاومة صغيرة جدا يلاحظ أن شبه الدور لا يتعلق بقيمة R

3-نضبط مقاومة الموصل الأومي على القيمتين : r'=100Ω و r'=150Ω

هل التوتر المعاين $u_c(t)$ تذبذبي ؟



عندما تأخذ R قيم كبيرة جدا $u_c(t)$ توتر غير تذبذبي أي أن الذبذبات تزول يكون لدينا خمود مهم .

4-حسب قيم المقاومة الكلية R للدارة RLC يلاحظ تجريبيا وجود نظامين للذبذبات : نظام شبه دوري ونظام لا دوري .

تعرف على هاذين النظامين من خلال الشكل 2

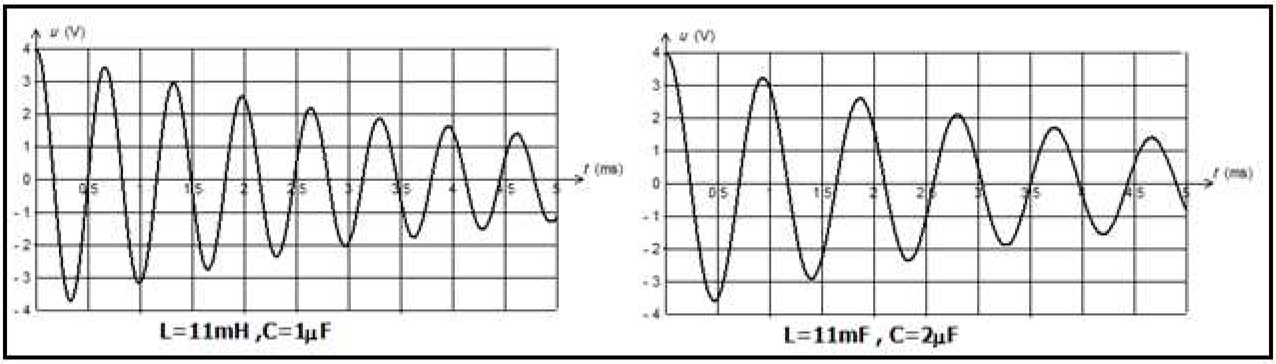
النظام شبه الدوري يحدث إذا كانت قيمة المقاومة R صغيرة .

النظام لا دوري عندما تكون R كبيرة جدا حيث تزول الذبذبات نظرا لوجود خمود مهم .

5- نضبط من جديد r′ على القيمة 0

في مرحلة أولى نأخذ L=11mH و C=1µF ونقيس شبه الدور T .

في مرحلة ثانية : نأخذ L=11mH و C=2µF ونقيس T .



هل يتعلق شبه الدور بكل من L و C ؟

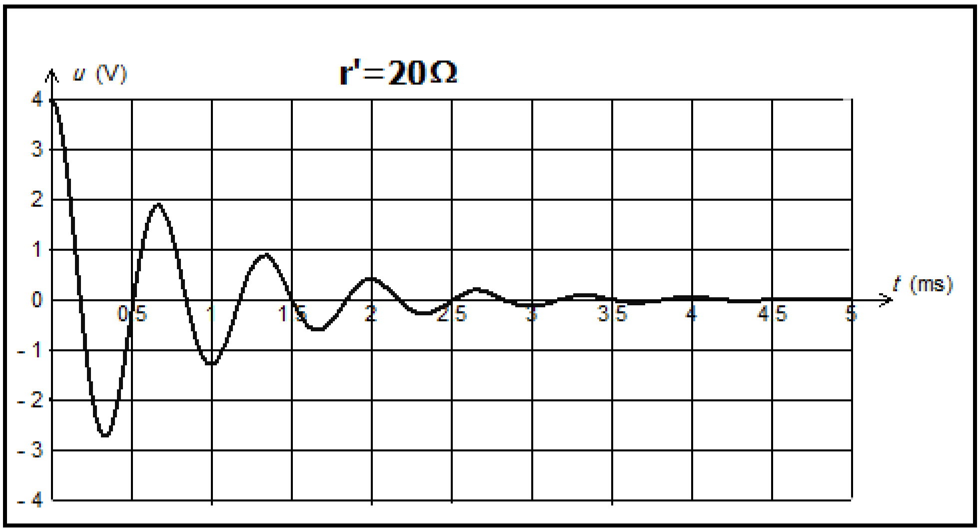
نعم يتعلق شبه الدور بقيم L و C ولا يتعلق بقيم R

ـ أنظمة الذبذبات الحرة

حسب مقاومة الدارة RLC نحصل على ثلاثة أنظمة

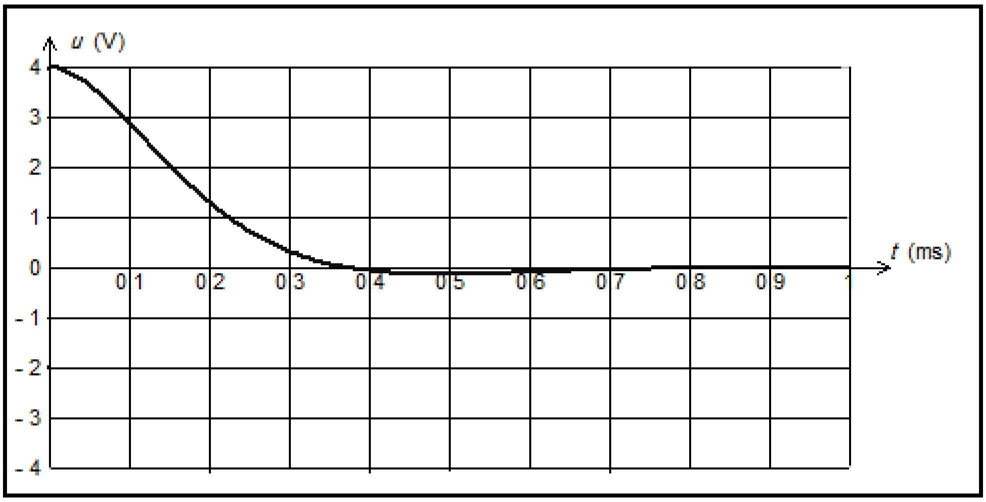
أ-نظام شبه دوري

R صغيرة نحصل على ذبذبات يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن

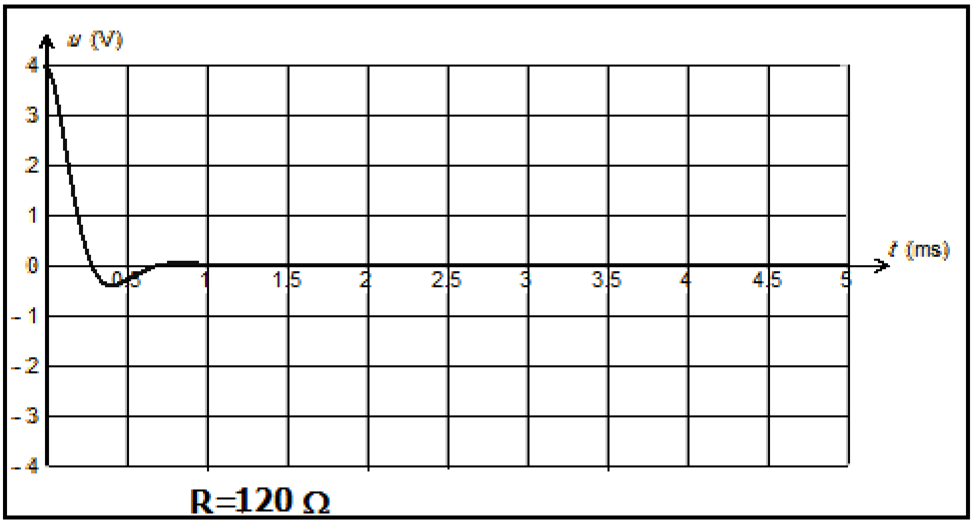


ب - نظام لا دوري

R كبيرة جدا : تزول الذبذبات نظرا لوجود خمود مهم ونسمي هدا النظام نظام لا دوري



ج- نظام حرج



في الذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة نرمز لها ب R_C وتسمى مقاومة حرجة وهي مقاومة تفصل بين النظام شبه الدوري والنظام اللا دوري ونسمي النظام في هده الحالة بالنظام الحرج وفي هده الحالة يرجع التوتر $u_c(t)$ إلى صفر بسرعة ودون تذبذب وتتعلق R_C ب C و L .

2 ـ المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية .

نعتبر الدارة المتوالية الممثلة في الشكل جانبه :

نطبق قانون إضافية التوترات بين F و D فنجد :

$$u_c + u_R + u_L = 0 \qquad (1)$$

$$u_R = r'.i \qquad u_L = ri + L\frac{di}{dt} \qquad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_R = r'.C\frac{du_c}{dt} \qquad u_L = rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$u_c + r'.C\frac{du_c}{dt} + rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + (r+r')C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$r + r' = R$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \qquad (2)$$

المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف هي :

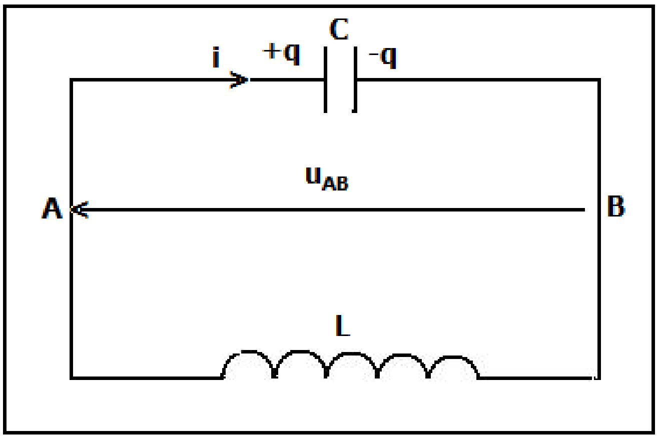
$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \qquad (2)$$

يعبر المقدار $\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}$ عن ظاهرة خمود الذبذبات ، ويحدد حسب قيم R نظام هذه الذبذبات .

II ـ الذبذبات غير المخمدة في دارة مثالية LC .

تتكون الدارة من مكثف سعته C وشحنته البدئية q_0

وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية r ونعتبرها مهملة . تنعت هذه الدارة بالمثالية لاستحالة تحقيقها تجريبيا لكون أن كل الوشيعات تتوفر على مقاومة داخلية .



1 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$$u_c + u_L = 0 \qquad (1)$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} \qquad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_L = LC\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \qquad (2)$$

خلال الذبذبات الكهربائية الحرة غير المخمدة لدارة LC ، يحقق التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف المعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2 ـ حل المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$ معادلة خطية من الدرجة الثانية ، رياضيا حلها يكتب على الشكل التالي :

$$u_C(t)=U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

ـ U_m وسع الذبذبات .

ـ $\left(\frac{2\pi}{T_0}+\varphi\right)$ الطور في اللحظة ذات التاريخ t .

T_0 : الدور الخاص للذبذبات .

φ : الطور عند أصل التواريخ (t=0)

أ ـ تحديد تعبير الدور الخاص :

نعوض الحل $u_C(t)=U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}=-U_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2u_C(t)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2u_C(t)=-\frac{1}{LC}u_C(t)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{LC}\Rightarrow T_0=2\pi\sqrt{LC}$$

يتعلق الدور الخاص للذبذبات الحرة غير المخمدة بمعامل التحريض L وبسعة المكثف C :

$$T_0=2\pi\sqrt{LC}$$

وحدة الدور الخاص T_0 في النظام العالمي للحدات هي الثانية . (s)

تمرين تطبيقي :

بين من خلال معادلة الأبعاد أن وحدة T_0 هي الثانية.

ب ـ تحديد φ و U_m :

لتحديد قيم φ و U_m نحدد الشروط البدئية عند تفريغ المكثف في الوشيعة . أي نعبر عن المقدارين $u_C(t)$ و $i(t)$ في اللحظة t=0 باعتبار أن هاتين الدالتين متصلتين كيف ما كانت t .

لدينا $i(t)=C.\frac{du}{dt}\Rightarrow i(t)=-\frac{2\pi}{T_0}.C.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

عند اللحظة t=0 لدينا i(0)=0 الوشيعة لا يمر فيها أي تيار كهربائي

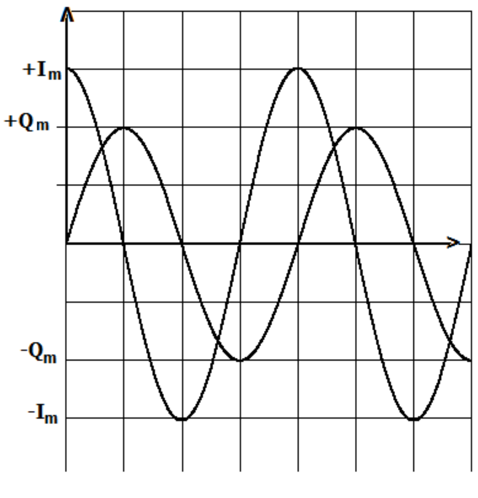
$$i(0)=-\frac{2\pi}{T_0}.C.\sin(\varphi)=0\Rightarrow\sin\varphi=0\Rightarrow\varphi=0\quad ou\quad\varphi=\pi$$

في البداية شحنة المكثف مشحون : $u_C(0)=E$.

$u_C(0)=U_m\cos(\varphi)=E$ وبما أن E>0 و $U_m>0$ فإن $\cos(\varphi)>0\Rightarrow\varphi=0$

وبالتالي فإن :

$$u_C(t)=E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$



ج ـ تعبير الشحنة q(t) و i(t) .

نعلم أن شحنة المكثف هي :

$$q(t)=C.u_C(t)=CU_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=q_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

$$q_m=CU_m$$

شدة التيار الكهربائي :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-q_m\omega_0\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\phi)$$

$$=q_m\frac{2\pi}{T_0}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\phi+\frac{\pi}{2})=I_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\phi+\frac{\pi}{2})$$

i(t) متقدمة في الطور ب $\frac{\pi}{2}$ بالنسبة ل q(t) و u(t) نقول أن u(t) و q(t) على تربيع في الطور

التمثيل المبياني ل $q(t)$ و$u(t)$

في اللحظة $t=0$ عندنا $q=Q_m$ و $\varphi = 0$

$$q(t) = Q_m \cos\frac{2\pi}{T_0}t$$

$$i(t) = I_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2})$$

ملحوضة : عندما تكون شحنة المكثف قصوية تكون شدة التيار الكهربائي منعدمة .

III ــ انتقالات الطاقة بين المكثف والوشيعة .

توصلنا في الدروس السابقة أن المكثف بإمكانه أن يخزن طاقة كهربائية $\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}Cu_C^2$ وأن الوشيعة كذلك بإمكانها أن تخزن طاقة مغنطيسية $\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}Li^2$.

1 ــ الطاقة في الدارة LC مثالية :

نعتبر دارة مثالية LC بحيت أن $L=0,8H$ و $C=0,4\mu F$ و $U_0=12V$

1 ــ أعط تعبير التوتر بين مربطي المكثف . واستنتج تعبير شدة التيار الكهربائي المار في الدارة .

$u_c = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ و وبالتالي فإن $u_c = 12\cos(1770t)$.

شدة التيار الكهربائي $i(t) = -\frac{2\pi}{T_0}.C\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ أي أن $i(t) = -8,496.10^{-3}\sin(100\pi t)$

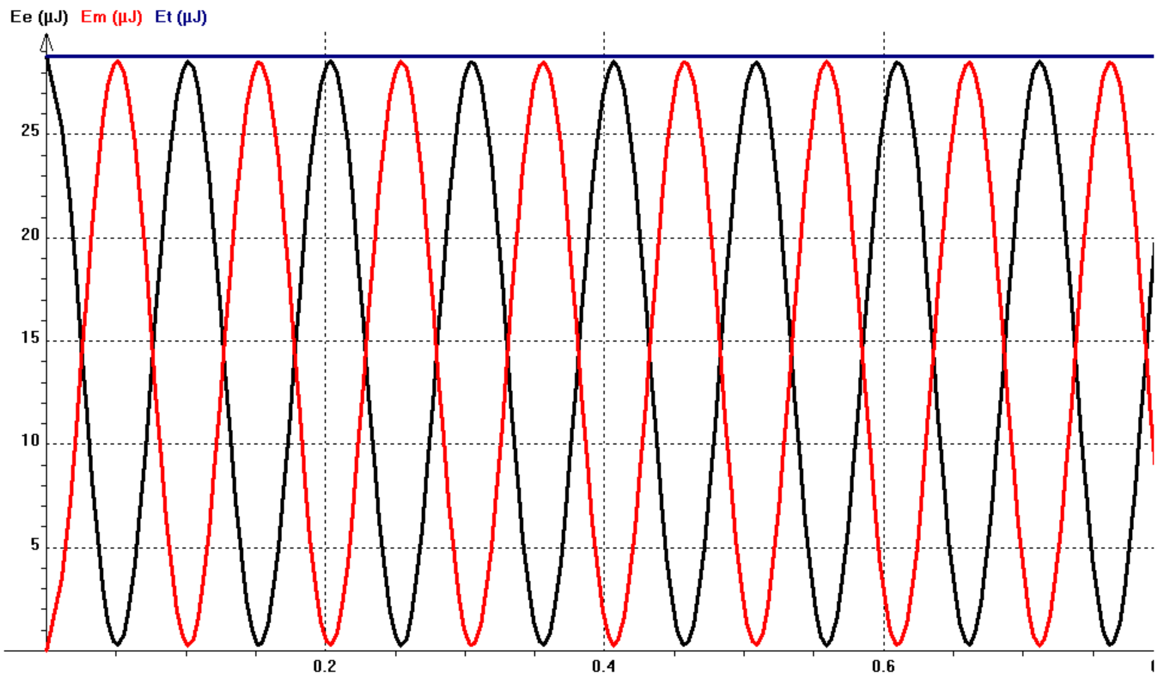
2 ــ أعط تعبير الطاقة الكهربائية في المكثف وتعبير الطاقة المخزونة في الوشيعة واستنتج الطاقة الكلية المخزونة في الدارة LC

الطاقة الكهربائية : $\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}Cu^2 = 2,88.10^{-5}\cos^2(1770t)$

الطاقة المخزونة في الوشيعة : $\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}Li^2 = -2,88.10^{-5}\sin^2(1770t)$

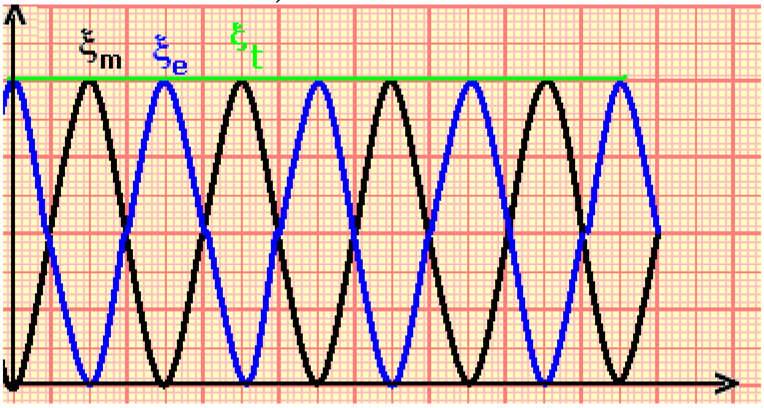
الطاقة الكلية المخزونة في الدارة LC :

$$\mathscr{E}_t = \mathscr{E}_e + \mathscr{E}_m = 2,88.10^{-5}\cos^2(1770t) + 2,88.10^{-5}\sin^2(1770t)$$



دراسة منحنيات تغير الطاقات $\mathscr{E}_t,\mathscr{E}_e,\mathscr{E}_m$ بدلالة الزمن في دارة LC مثالية .

الطاقة الكلية في المخزونة في الدارة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف $\mathscr{E}_e=\frac{1}{2}Cu_C^2$ والطاقة المخزونة



في الوشيعة $\mathscr{E}_m=\frac{1}{2}Li^2$.

$$\mathscr{E}_t=\mathscr{E}_e+\mathscr{E}_m=\frac{1}{2}Cu_C^2+\frac{1}{2}Li^2$$

تمثل الشكل جانبه تغيرات $\mathscr{E}_t,\mathscr{E}_e,\mathscr{E}_m$ بدلالة الزمن .

1 ـ كيف تتغير الطاقة $\mathscr{E}_m$ عندما تنقص الطاقة المخزونة في المكثف ؟

2 ـ كيف تتغير الطاقة $\mathscr{E}_e$ عندما تنقص الطاقة المخزونة في الوشيعة ؟

3 ـ كيف تتغير الطاقة الكلية $\mathscr{E}_t$ ؟ أكتب تعبير الطاقة الكلية بطريقتين .

4 ـ أثبت رياضيا أن الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن t . بطريقتين ، استعمال حل المعادلة التفاضلية واستعمال المعادلة التفاضلية مباشرة .

خلاصة :

تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن وتساوي الطاقة البدئية المخزونة في المكثف .

خلال الذبذبات غير المخمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغنطيسية في الوشيعة والعكس صحيح .

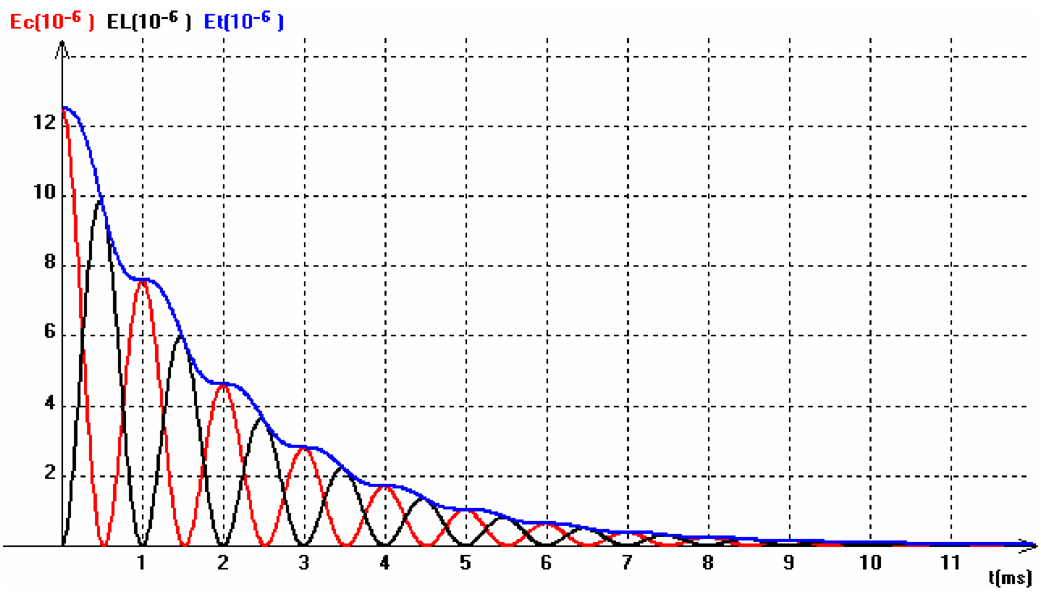
$$\mathscr{E}_t=\mathscr{E}_e+\mathscr{E}_m=\frac{1}{2}Cu_C^2+\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}CU_m^2=\frac{1}{2}Li_m^2$$

4 ـ الطاقة في الدارة RLC المتوالية .

نعتبر الدارة RLC بحيث أن L=10mH و C=10mF و U_0=6V و المقاومة الكلية للدارة R=5Ω

نستعمل برنم Electricite للحصول على المنحنيات $\mathscr{E}$(t) و $\mathscr{E}_m$(t) و $\mathscr{E}$(t)

دراسة منحنيات تغير الطاقة $\mathscr{E}, \mathscr{E}_e, \mathscr{E}_m$ بدلالة الزمن في RLC متوالية



خلال دراسة تجريبية لدارة RLC متوالية حيث المقاومة الكلية R غير منعدمة نعاين بواسطة جهاز ملائم لهذا الغرض منحنيات تغيرات الطاقة $\mathscr{E}, \mathscr{E}_e, \mathscr{E}_m$ بدلالة الزمن فنحصل على المنحنيات الممثلة في الشكل جانبه :

1 ـ كيف تتغير الطاقة $\mathscr{E}_e$ عند تزايد $\mathscr{E}_m$ ؟

نفس السؤال عند تناقص $\mathscr{E}_m$. ماذا تستنتج ؟

عندما تنقص الطاقة في المكثف تزداد الطاقة المخزونة في الوشيعة والعكس صحيح . أي أن هناك تبادل طاقي بين المكثف والوشيعة

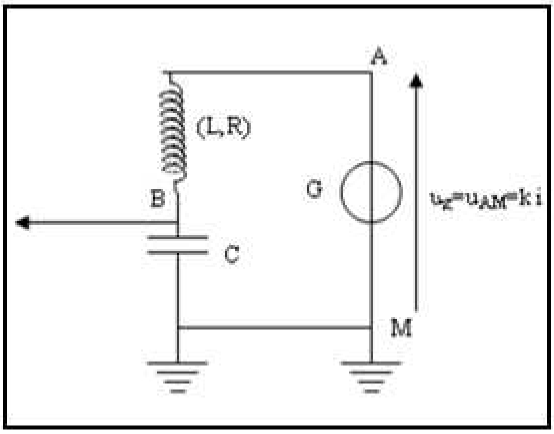
2 ـ كيف تتغير بصفة عامة الطاقة الكلية $\mathcal{E}_t$ المخزونة في الدارة بدلالة الزمن ؟

يلاحظ أن خلال كل تبادل طاقي بين المكثف والوشيعة تتناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة R .

5 ـ ما الظاهرة المسؤولة عن هذا التغيير ؟

ظاهرة خمود نتيجة تحول جزء من الطاقة الكلية بمفعول جول إلى طاقة حرارية .

4 ـ ما المقدار الذي يحول دون الحصول على ذبذبات غير مخمدة ؟



$$\mathcal{E}_t=\mathcal{E}_e+\mathcal{E}_m=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}Li^2$$

$$\frac{d\mathcal{E}_t}{dt}=Li\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}.\frac{dq}{dt}=i\left(L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}\right)$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=-R\frac{dq}{dt}$$

$$\frac{d\mathcal{E}_t}{dt}=-Ri^2$$

من خلال هذه النتيجة يتبين أن الطاقة الكلية تناقصية :

$\frac{d\mathcal{E}}{dt}=-Ri^2<0$ ويعزى هذا التناقص إلى وجود المقاومة R .

خلاصة :

تتناقص الطاقة الكلية لدارة RLC متوالية تدريجيا بسبب مفعول جول .

VI ـ صيانة الذبذبات .

في كل لحظة يمكن كتابة

$$u_{AM}=u_{AB}+u_{BM}$$

$$ki=Ri+L\frac{di}{dt}+\frac{q}{c}$$

$$i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du}{dt}\ et\ u=u_{BM}$$

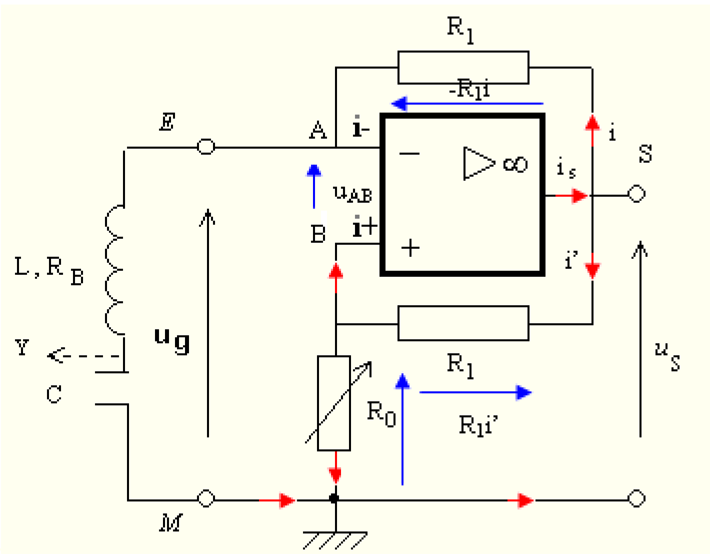
$$LC\frac{d^2u}{dt^2}+(R-k)C\frac{du}{dt}+u=0$$

بالنسبة لـk=R نحصل على المعادلة التفاضلية

التالية $\frac{d^2u}{dt^2}+\frac{1}{LC}u=0$ وهي المعادلة المميزة

للمتذبذب (L,C) ذي مقاومة غير مهملة .

إذن فالتركيب المدروس يمكن من صيانة التذبذبات .



إنجاز المولد G

المضخم العملياتي كاملا ويشتغل في النظام الخطي .

$u_{AB}=0$ و $i^-=i^+=0$

$$u_g=u_{AM}=u_{AS}+u_{SB}+u_{BM}$$

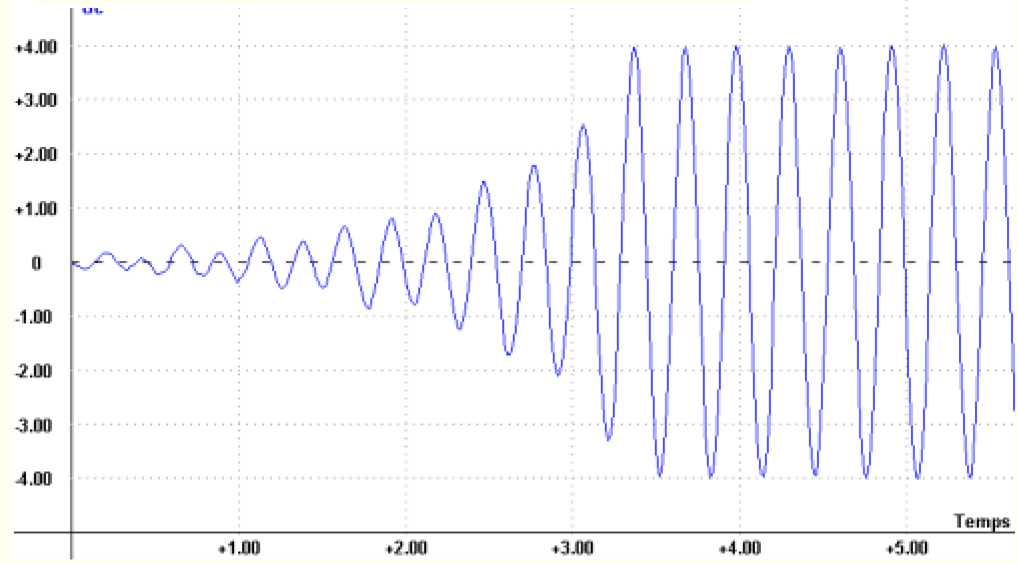
$$=-R_1i+R_1i'+R_0i'$$

$$u_{AS}=u_{AB}+u_{BS}$$

$$-R_1i=0-R_1i'\Leftrightarrow i=i'$$

$$u_g=R_0i\Leftrightarrow u_g=ki$$

$$k=R_0$$



معاينة التوتر بين مربطي مكثف الدارة (L,C) الذي يوجد بها المولد G

عند معاينة التوتر بين مربطي مكثف نلاحظ :

$R_0<R$ لاتكون هناك تذبذبات

$R_0>R$ تكون هناك تذبذبات لا جيبية

R_0 أكبر بقليل من R تكون التذبذبات جيبية