

I – القوانين الثلاثة لكيبلر Kepler

1 – المرجع المركزي الشمسي

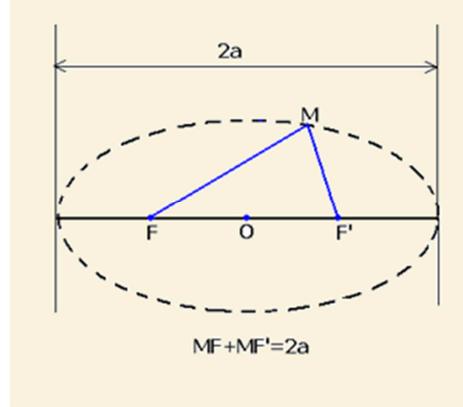
المرجع الغاليلي الملائم لدراسة حركة الكواكب حول الشمس هو المرجع المركزي الشمسي .
لدراسة حركة الكواكب حول الشمس نربط معلم متعامد وممنظم $(S, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ بالمرجع المركزي الشمسي حيث مركزه الشمس
ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة جدا نعتبرها ثابتة .

2 – قوانين كيبلر :

أ – القانون الأول أو قانون المدارات الإهليجية .

يحدد هذا القانون بدقة طبيعة مسارات مراكز قصور الكواكب .

نص القانون : مسار مركز قصور كوكب ، في المرجع المركزي الأرضي ، إهليلج يشكل مركز الشمس إحدى بؤرتيه .



الإهليلج منحنى مستو ، حيث يكون مجموع المسافتين اللتين تفصلان نقطة ما من هذا المنحنى ، تباعا ، بنقطتين ثابتتين ،
مجموعا ثابتا . تشكل النقطتان F و F' بؤرتي الإهليلج .

لتكن النقطة M من الإهليلج لدينا : $MF + MF' = Cte = 2a$

a نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

مثال : مدار الأرض حول الشمس هو عبارة عن إهليلج ، يسمى فلك
البروج l'éliptique بحيث ينتمي مركز الشمس إلى مستوى هذا المدار .

ب – القانون الثاني أو قانون المساحات .

نعتبر كوكبا مركز قصوره P في حركة حول الشمس . خلال المدة الزمنية
 $\Delta t = t_2 - t_1$ ينتقل من P إلى P₁ إلى P₂ . أي أن خلال هذا

الانتقال تم كسح مساحة \mathcal{A}_1 وهي المحصورة بين [SP₁] و [SP₂] والمقطع

P₁P₂ لمسار P .

خلال نفس المدة الزمنية $\Delta t = t_4 - t_3$ ينتقل P من P₃ إلى P₄ أي أنه خلال هذا الانتقال تم كسح المساحة \mathcal{A}_2 حيث

$$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$$

نص القانون : تكسح القطعة [SP] التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متقايسة في مدد زمنية

متساوية .

يترجم هذا القانون ملاحظة كيبلر والتي تؤكد أن الكواكب تدور حول الشمس
بسرعة غير ثابتة ؛ أي أن الكوكب كلما اقترب من الشمس زادت سرعته
والعكس صحيح .

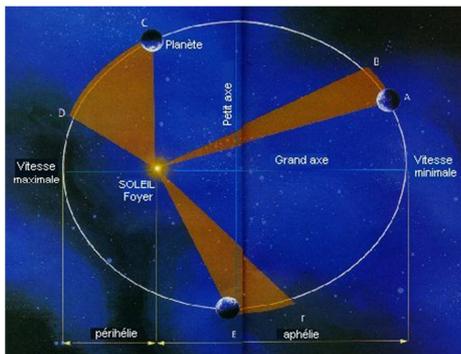
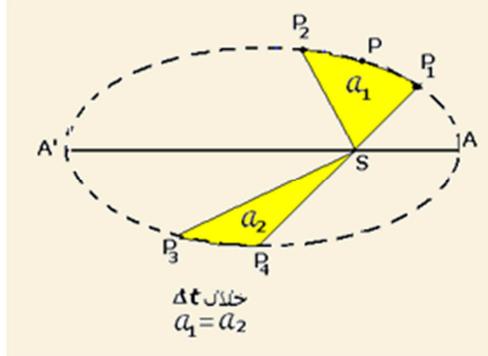
تكون سرعة الكوكب قصوى عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A الأقرب
من مركز الشمس ؛

وتكون سرعة الكوكب دنيا عندما يتواجد مركز قصوره بالنقطة A' الأبعد
من مركز الشمس .

ج – القانون الثالث أو قانون الأدوار ؛

الدورة الفلكية : هي حركة كوكب ما بين مرورين متتاليين لمركزه P
من نفس النقطة من مداره حول الشمس .

الدور المداري T للكوكب هو المدة الزمنية التي يستغرقها مرزه لإنجاز دورة فلكية كاملة .



نص القانون : يتناسب مربع الدور المداري اطرادا مع مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليلج .

$$\frac{T^2}{a^3} = k \text{ ونعبر عن هذا النص بالعلاقة التالية : } k$$

حيث أن T الدور المداري ب (s)
 a نصف طول المحور الكبير للإهليلج بالمتري (m) ؛
 K ثابتة لا تتعلق بالكوكب ، وحدتها m^2/s^3 ،
 قيمة k هي نفسها بالنسبة لجميع كواكب النظام الشمسي .
ملحوظات : بالنسبة للكواكب التي يمكن اعتبار أن مداراتها دائرية شعاعها r

$$\frac{T^2}{r^3} = k \text{ يكتب القانون الثالث لكيبلر : } k$$

نطبق قانون كيبلر أيضا على الأقمار الاصطناعية التي تدور حول كوكب ما . في هذه الحالة يشكل مركز الكوكب إحدى بؤرتي الإهليلج ، كما أنه بالنسبة لخارج القسمة $k' = \frac{T^2}{a^3}$ هو نفسه بالنسبة لجميع الأقمار التي تدور حول نفس الكوكب . تتعلق قيمة k' بكتلة الكوكب .

II - حالة المسار الدائري

سنقتصر في دراسة حركة الأقمار والكواكب على حالة واحدة حيث يكون المدار دائريا . حيث ينتج عن تطبيق قوانين كيبلر الخاصيات لتالية :

– مدار الكوكب دائري مركزه الشمس

– سرعة P مركز الكوكب ثابتة أي أن الحركة دائرية منتظمة

– قانون الأذوار يصبح هو : $\frac{T^2}{r^3} = k$ ، r هو شعاع المسار الدائري .

III - الحركة الدائرية المنتظمة

1 - تعريف

تكون حركة نقطة دائرية منتظمة إذا كان مسار هذه النقطة دائريا وإذا كانت قيمة سرعتها ثابتة .

ب - متجهة السرعة

نعتبر نقطة M في حركة دائرية منتظمة في معلم معين . مسار M دائري مركزه C ، وشعاعه r ، موجه موجبا في منحنى الحركة . نمعلم موضع M في المستوى (C, \vec{i}, \vec{j}) بالزاوية θ هو الأفصول الزاوي .
 خاصية حركة دائرية منتظمة :

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = cte \text{ - السرعة الزاوية ثابتة : } cte$$

– متجهة السرعة \vec{v} مماسة للمسار الدائري ، ومنحاهها هو

منحنى الحركة : $\vec{v} = r \cdot \omega \vec{u}$ ؛ \vec{u} متجهة واحدة مماسية للمسار.

$$\text{– دور الحركة هو مدة دورة كاملة : } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

وحدة الفصول الزاوي هي الراديان rad ووحدة السرعة الزاوية ω هي rad/s

ج - متجهة التسارع

في الحركة الدائرية المنتظمة يتغير اتجاه متجهة السرعة ، باعتبار أساس فريني فإن $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u} + \frac{v^2}{r} \vec{n}$ ونعلم أنه

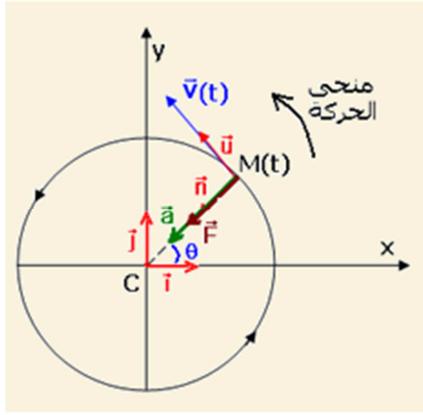
$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{n} \text{ بالنسبة للحركة الدائرية المنتظمة } v = cte \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \text{ أي أن } \vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{n}$$

وبالتالي فإن متجهة التسارع غير منعدمة ومحمولة من طرف المتجهة المنظمية \vec{n} أي موجه نحو مركز الدائرة .

بالنسبة لحركة دائرية منتظمة ، متجهة التسارع مركزية انجذابية ، تعبيرها هو :

$$\vec{a} = r\omega^2 \vec{n} \text{ وبما أن } v = r \cdot \omega \text{ فإن } \vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{n}$$

ω السرعة الزاوية نعبر عنها ب rad/s و r شعاع المسار الدائري ونعبر عنه بالمتري ، v قيمة السرعة ونعبر عنها ب m/s و a قيمة التسارع ونعبر عنها ب m/s^2 و \vec{n} المتجهة الواحدة المنظمية موجهة نحو المركز C .



2 - الشرط الأساسي للحصول على حركة دائرية منتظمة .

نعتبر جسما صلبا كتلته m ، وحركة مركز قصوره دائرية منتظمة في معلم غاليلي .

نطبق القانون الثاني لنيوتن على حركة هذا الجسم : $\sum \vec{F}_{\text{ex}} = m \cdot \vec{a}_G$

بحيث أن $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}$ مجموع القوى المطبقة على الجسم الصلب .

للحصول على حركة دائرية منتظمة يجب أن تكون متجهة التسارع \vec{a}_G لمركز قصور الجسم انجذابية مركزية منتظمة ثابت ويساوي :

وبالتالي فإن \vec{F} مجموع القوى المطبقة على الجسم قوة

مركزية انجذابية أي محمولة من طرف المتجهة الواحدية \vec{n}

$$\text{ومنظمها } F = \frac{mv^2}{r} .$$

شروط الحصول على حركة دائرية منتظمة لجسم صلب:

– سرعته البديئة غير منعدمة

– مجموع القوى المطبقة عليه مركزية انجذابية

VI - قانون نيوتن للتجاذب الكوني

نص القانون :

يحدث بين جسمين نقطيين (A) و (B) كتلتهما m_A و m_B ، وتفصل بينهما مسافة AB ، تجاذب كوني قوتهما

$\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ بحيث أن :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{G \cdot m_A \cdot m_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

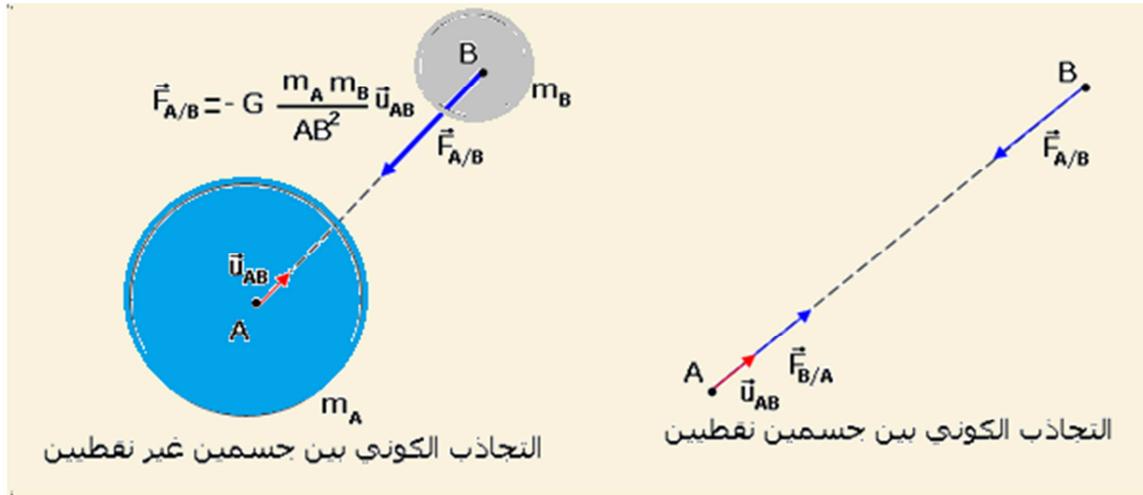
G : ثابتة التجاذب الكوني : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

\vec{u}_{AB} متجهة واحدية موجهة من A نحو B .

يطبق هذا القانون كذلك على الأجسام غير نقطية في الحالتين التاليتين :

– أجسام ذات تماثل كروي لتوزيع الكتلة .

– أجسام لها أبعاد مهملة أمام المسافة الفاصلة بينهما .



IV - الحركة المدارية للكواكب

نختار كمرجع لدراسة حركة كوكب حول الشمس المرجع المركزي الشمسي . ونبين أن حركة هذا الكوكب حول الشمس حركة منتظمة ونحدد مميزات هذه الحركة .

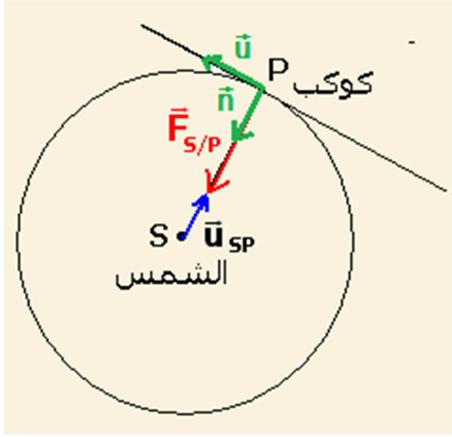
1 - تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

نعتبر كوكبا كتلته m ومركزه P الذي يتطابق مع مركز قصوره في حركة دائرية حول الشمس ذات كتلة m_S ومركزها S .

أ - طبيعة الحركة

يخضع الكوكب إلى قوة التجاذب الكوني : $\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m \cdot m_S}{r^2} \vec{u}_{SP}$

وحسب القانون الثاني لنيوتن في أساس فرييني ، لدينا : $\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m \cdot m_S}{r^2} \vec{u}_{SP} = m \cdot \vec{a}_P \Rightarrow \vec{a}_P = -G \frac{m_S}{r^2} \vec{u}_{SP}$



يلاحظ من خلال العلاقة أن $\vec{a}_P = \vec{a}_N$ و \vec{u}_{SP} لهما نفس الاتجاه يعني أن التسارع انجذابى مركزي أي أن قوة التجاذب الكوني قوة انجذابية مركزية فإن :

$$\vec{F}_{S/P} = -m \cdot \frac{v^2}{r} \vec{u}_{SP} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = G \frac{m_S}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}}$$

وبالتالي فإن منظم السرعة ثابت أي أن حركة P حركة دائرية منتظمة . في مرجع مركزي أرضي تكون حركة كوكب حول الشمس دائرية منتظمة ، ومسار مركزه دائرة شعاعها r ، بشرط أن تحقق سرعته العلاقة :

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}}$$

ب - تعبير الدور المداري T للكوكب .

الدور المداري T هو المدة الزمنية التي يستغرقها الكوكب لإنجاز دورة كاملة حول الشمس بسرعة v .

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_S} : \text{ لدينا } T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_S}}$$

وبالتالي $\frac{T^2}{r^3}$ لا تتعلق بكتلة الكوكب المدروس .

٧ - الحركة المدارية للأقمار الاصطناعية للأرض .

لدراسة أقمار الأرض نختار كجسم مرجعي المرجع المركزي الأرضي نسمي قمرا كل جسم في حركة مدارية حول كوكب . مثال : يشكل القمر (la lune) قمرا طبيعيا للأرض .

1 - تعبير السرعة والدور المداري .

تكون حركة قمر اصطناعي حول الأرض حركة دائرية منتظمة عندما يتحقق الشرطان :

- القوة المطبقة من طرف الأرض T ذات الكتلة m_T والشعاع r_T على القمر الاصطناعي S ($\vec{F}_{T/S}$) انجذابية مركزية .

- منظمها $F_{T/S}$ ثابت ، ويحقق العلاقة $F_{T/S} = \frac{mv^2}{r}$ أي أن التسارع $a = \frac{v^2}{r}$

وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن : يوجد القمر الاصطناعي

تحت تأثير القوة ($\vec{F}_{T/S}$) القوة المطبقة من طرف الأرض على

القمر الاصطناعي :

$$\vec{F}_{T/S} = -G \frac{m_T \cdot m_S}{r^2} \vec{u}_{TS} = -\frac{m_S v^2}{r} \vec{u}_{TS}$$

$$v^2 = \frac{G m_T}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G m_T}{r}}$$

بحيث أن $r = r_T + z$ و z هو ارتفاع القمر الاصطناعي بالنسبة للأرض و r_T شعاع الأرض .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{(r_T + z)^3}{G \cdot m_T}}$$

ملحوظة : لاتعلق v سرعة دوران القمر الاصطناعي والدور المداري T بكتلة القمر الاصطناعي بل تتعلق بارتفاعه z بالنسبة لسطح الأرض .

2 - الاستقمار satellisation

تعريف :

الاستقمار هو وضع قمر اصطناعي في مداره حول الأرض وإعطاؤه سرعة كافية تخول له حركة دائرية منتظمة حول الأرض .

تتم هذه العملية بواسطة مركبة فضائية والتي تقوم بدور مزدوج :

- حمل القمر الاصطناعي إلى ارتفاع يفوق حوالي 200km حيث الغلاف الجوي الأرضي تقريبا منعدم .

– منح القمر الاصطناعي سرعة تجعله يبقى في مدار دائري حول الأرض بحيث تكون متجهة السرعة البدئية عمودية على

$$v = \sqrt{\frac{G.m_T}{(r_T + z)}} \text{ متجهة الموضع } \overline{TS} \text{ ومنظمها يحقق العلاقة :}$$

نعتبر أن القمر الاصطناعي خاضعا لقوة التجاذب الأرضي فقط ونهمل الاحتكاكات المتعلقة بالجو .

3 – الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض .

يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض إذا بدا دوما غير متحرك بالنسبة لملاحظ على سطح الأرض .

ما هي الشروط لكي يكون القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض :

في المرجع المركزي الأرضي ، تدور الأرض حول محورها القطبي ،

ويساوي الدور T لهذا الدوران الخاص يوما فلكيا (24 ساعة)

لكي يظهر القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض يجب :

– أن يدور في منحنى دوران الأرض حول محور قطبيها .

– يساوي دوره المداري T دور حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي .

– يوجد مداره الدائري في مستوى خط الاستواء للأرض .

تمكن قيمة T من تحديد قيمة z ، أي أن $T = 23h56 \text{ min} = 84164 \text{ s}$ أي أن الارتفاع z عن سطح الأرض هو :

$$T = \sqrt{\frac{(r+z)^3}{G.m_T}} \Rightarrow z = \left(\frac{T^2 \cdot G.m_T}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - r_T$$

تطبيق عددي :

$$z \approx 36000 \text{ km}$$

