المظاهر الطاقية
Aspects energitique

I ـ شغل قوة مطبقة من طرف نابض على جسم صلب
1 ـ شغل قوة ثابتة (تذكير)

نعبر عن شغل قوة ثابتة $\vec{F}$ عند انتقال نقطة تأثيرها من A إلى نقطة B بالعلاقة التالية :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos\alpha$$

بحيث أن α الزاوية بين $\vec{F}$ و $\overrightarrow{AB}$

AB المسافة الفاصلة بين النقطة A و النقطة B تسمى بالانتقال ونعبر عنها بالمتر (m)

F شدة القوة ب (N)

$W_{A\to B}(\vec{F})$ شغل القوة $\vec{F}$ ونعبر عنه بالجول (J)

* لا يتعلق شغل قوة ثابتة بالمسار المتبع من طرف نقطة التأثير بل يتعلق بموضعيها البدئي والنهائي .

2 ـ الشغل الجزئي لقوة غير ثابتة

نعتبر قوة $\vec{F}$ غير ثابتة ونقطة تأثيرها تنتقل من A إلى B .

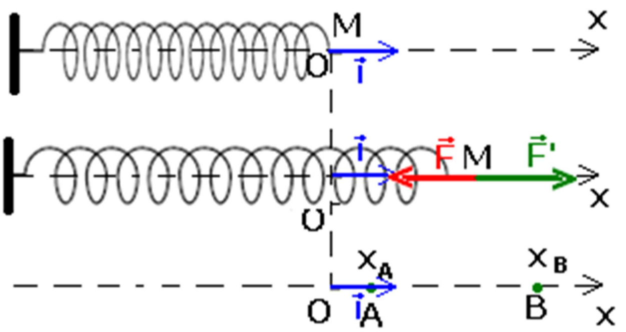
لحساب شغل غير ثابتة نجزئ المسار إلى مسارات جزئية $\overrightarrow{\delta\ell}$ متناهية في الصغر تسمح باعتبار $\vec{F}$ ثابتة في كل منها .

تعبير الشغل الجزئي للقوة $\vec{F}$ خلال الانتقال الجزئي $\overrightarrow{\delta\ell}$ هو : $\delta W(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{\delta\ell}$

الشغل الكلي للقوة المتغيرة $\vec{F}$ هو مجموع الأشغال الجزئية :

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}) = \sum_A^B \delta W(\vec{F}) = \sum_A^B \vec{F}.\overrightarrow{\delta\ell}}$$

3 ـ شغل القوة الخارجية المطبقة من طرف نابض



نعتبر نابضا $\mathcal{R}$ ذا لفات غير متصلة صلابته k وكتلته مهملة ، في وضع أفقي. نثبت أحد طرفيه بحامل ثابت .

نطبق على النابض عند طرفه الحر M قوة $\vec{F}'$ ، فيطال النابض بحيث تنتقل النقطة M بالمقدار $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$.

تمثل النقطة O موضع M في الحالة البدئية للنابض .

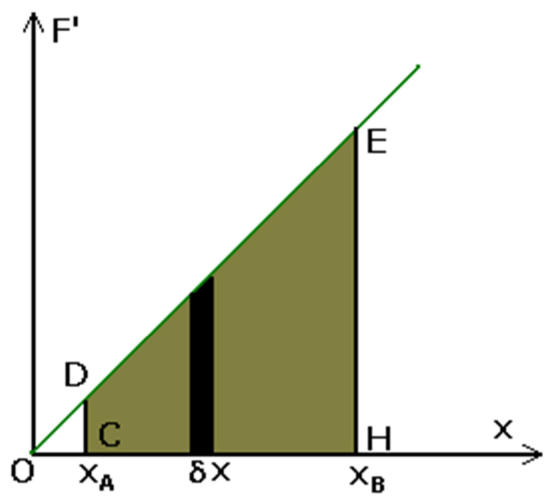
حسب القانون الثالث لنيوتن ، قانون التأثيرات المتبادلة ، فإن النابض يطبق قوة $\vec{F}$ على المجرب وهي قوة ارتداد بحيث أن $\vec{F} = -\vec{F}'$ أي أن $\vec{F} = -kx\vec{i}$ أي أن $\vec{F}' = kx\vec{i}$ أي أن $\vec{F}'$ تتعلق بالأفصول x إذن فهي غير ثابتة .

تعبير شغل القوة $\vec{F}'$ عندما ينتقل طرف النابض من A إلى B

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}') = \sum_A^B \delta W(\vec{F}') = \sum_A^B \vec{F}'.\overrightarrow{\delta\ell} = \sum_A^B kx\vec{i}.\delta x.\vec{i}}$$

يمكن استعمال طريقتين لتحديد هذا المجموع :

أ ـ الطريقة المبيانية :



في نظمة محورين نمثل تغيرات F بدلالة الأفصول x وهو إطالة النابض . $F = kx$ أي أنها دالة خطية تمر من أصل النظمة .

يوافق الشغل الجزئي $\delta W(\vec{F}') = k.x.\delta x$ مساحة المستطيل الجزئي بالأسود المبين في الشكل جانبه .

عند انتقال النقطة M من A أفصولها x_A إلى B أفصولها x_B ،

فإن الشغل الكلي للقوة $\vec{F}'$ يوافقه مجموع مساحات المستطيلات الجزئية ويساوي مساحة شبه المنحرف CDEF

$$W_{A\to B}(\vec{F}') = \mathcal{A}_{CDEF} = \mathcal{A}_{OEH} - \mathcal{A}_{OCD}$$

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{F}') = \frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2}$$

ب ـ الطريقة التحليلية

نعوض في العلاقة السابقة المجموع $\sum$ بالتكامل $\int$ ولانتقال الجزئي $\delta\ell$ ب المقدار التفاضلي dx فنحصل على العلاقة التالية :

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right) = \int_{x_A}^{x_B} kxdx = \left[\frac{1}{2}kx^2\right]_{x_A}^{x_B}$$

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right) = \frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2$$

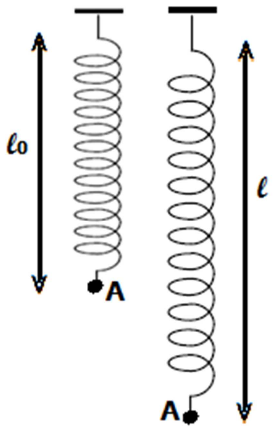
خلاصة :

تعبير شغل قوة المطبقة من طرف مجرب على الطرف الحر لنابض يجعله ينتقل من موضع A إلى موضع B أفصولهما على التوالي x_A و x_B هو : $W_{A\to B}\left(\vec{F}'\right) = \frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2$.

وبما أن $\vec{F} = -\vec{F}'$ فإن شغل قوة الارتداد المطبقة من طرف النابض هو : $W_{A\to B}\left(\vec{F}\right) = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$

يتعلق شغل قوة الارتداد $\vec{F}$ بالموضع البدئي والموضع النهائي لمركز قصور الجسم .

التمرين 1



أحسب شغل القوة المطبقة على A الطرف الحر لنابض صلابته $K = 50,0N/m$

عندما يتغير طوله بالمقدار x انطلاقا من طوله البدئي ℓ_0 في الحالتين التاليتين :

1 ـ إطالة النابض من $x_0 = 0cm$ إلى $x_1 = 5cm$

2 ـ انضغاط النابض من $x_0 = 0cm$ إلى $x_2 = -5cm$

3 ـ عندما تتغير x من x_2 إلى x_1

4 ـ استنتج قيمة شغل القوة المطبقة من طرف النابض على يد المجرب

الجواب :

$\vec{F}'$: القوة المطبقة على A ، الطرف الحر للنابض :

لدينا :

1 ـ $W_{A_0\to A_1}(\vec{F}') = \int_{x_0}^{x_1} Kxdx = \frac{1}{2}K\left(x_1^2 - x_0^2\right) = K\frac{x_1^2}{2} = 6,5\times10^{-2}J$

2 ـ $W_{A_0\to A_2}(\vec{F}') = \int_{x_0}^{x_2} Kxdx = \frac{1}{2}K\left(x_2^2 - x_0^2\right) = K\frac{x_2^2}{2} = 6,5\times10^{-2}J$

3 ـ $W_{A_2\to A_1}(\vec{F}') = \int_{x_2}^{x_1} Kxdx = \frac{1}{2}K\left(x_1^2 - x_2^2\right) = 0J$

4 ـ

$$W_{A_0\to A_1}(\vec{F}) = -W_{A_0\to A_1}(\vec{F}') = -6,5\times10^{-2}J$$

$$W_{A_0\to A_2}(\vec{F}) = -W_{A_0\to A_2}(\vec{F}') = -6,5\times10^{-2}J$$

$$W_{A_2\to A_1}(\vec{F}) = -W_{A_2\to A_1}(\vec{F}') = 0J$$

II ـ طاقة الوضع المرنة

عندما يكون النابض مضغوطا أو مطالا فإنه يختزن يختزن طاقة ترتبط بحالة تشوهه تسمى طاقة الوضع المرنة . في الحالة التي يكون فيها النابض لا مطالا ولا مضغوطا فإن طاقة الوضع المرنة تكون منعدمة .

عندما يطبق المجرب قوة $\vec{F}'$ على الطرف الحر للنابض لجعل نقطة تأثيره تنتقل من النقطة A أفصولها x_A في حالة سكون إلى النقطة B أفصولها x_B حيث توجد كذلك في حالة سكون ، فإنه حسب مبرهنة الطاقة الحركية لدينا :

$$\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=\underset{A\to B}{W}(\vec{F})+\underset{A\to B}{W}(\vec{F}')=0\Rightarrow \underset{A\to B}{W}(\vec{F})=-\underset{A\to B}{W}(\vec{F}')$$

$$\underset{A\to B}{W}(\vec{F})=\frac{1}{2}kx_A^2-\frac{1}{2}kx_B^2$$

أي أن الشغل المطبق من طرف المجرب على طرف النابض يساوي تغير شكل من أشكال الطاقة للمجموعة { المجرب ، النابض } وهي طاقة وضع مرنة .

نضع أن $\underset{A\to B}{W}(\vec{F})=E_{Pe}(A)-E_{Pe}(B)$

نعرف طاقة الوضع المرنة لمجموعة مكونة من { جسم ـ نابض } في وضع أفقي هي الطاقة التي تختزنها هذه المجموعة من جراء تشويه الجسم وتعبيرها هو : $E_{pe}=\frac{1}{2}k\Delta\ell^2+C$ **.**

C ثابتة تحدد انطلاقا من الحالة المرجعية لطاقة الوضع المرنة .

وبصفة عامة نختار طاقة الوضع المرنة منعدمة في الموضع الموافق للأفصول $x=0$ أي عندما يكون النابض لا مطال ولا مضغوط ، حيث $(C=0)$ فيكون تعبير طاقة الوضع المرنة هو : $E_{pe}=\frac{1}{2}k\Delta\ell^2$ وحدتها في النظام العالمي للوحدات هي الجول . و $\Delta\ell=x$ إطالة النابض في حالة نابض أفقي و k صلابته .

ملحوظة : $\boxed{{}_A^B\Delta E_{pe}=-\underset{A\to B}{W}(\vec{F})}$

تابع التمرين 1 :

5 ـ استنتج الوضع المرنة في كل حالة باعتبار أن طاقة الوضع المرنة منعدمة عندما يكون النابض غير مشوه .

الجواب :

$E_{pe}=\frac{1}{2}K\Delta\ell^2+Cte$ ، **حسب الحالة المرجعية لدينا** $x=\Delta\ell=0$ **أي أن** $Cte=0$ **وبالتالي فإن** $E_{pe}=\frac{1}{2}K\Delta\ell^2$

أو بطريقة أخرى : ${}_A^B\Delta E_{pe}=-\underset{A\to B}{W}(\vec{F})$

أي أن

$${}_{A_0}^{A_1}\Delta E_{pe}=-\underset{A_0\to A_1}{W}(\vec{F})=6,5\times10^{-2}J$$

$${}_{A_0}^{A_2}\Delta E_{pe}=-\underset{A_0\to A_2}{W}(\vec{F})=6,5\times10^{-2}J$$

$${}_{A_2}^{A_1}\Delta E_{pe}=-\underset{A_2\to A_1}{W}(\vec{F})=0J$$

III ـ الدراسة الطاقية للمجموعة { جسم صلب ، نابض } في وضع أفقي .

1 ـ الطاقة الحركية للمجموعة .

يتوفر الجسم الصلب غير قابل للتشويه كتلته m وسرعته v في إزاحة بالنسبة لمرجع معين ، على طاقة حركية E_C بحيث $E_C=\frac{1}{2}mv^2$ وحدة E_C في النظام العالمي للوحدات هي الجول .

بما أن الجسم في حركة إزاحة ، فإن سرعة الجسم الصلب هي سرعة مركز قصوره .

بالنسبة لمتذبذب مرن ، الطاقة الحركية لهذا المتذبذب هي الطاقة الحركية للجسم الصلب .

$\boxed{E_C=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}$ بحيث أن $x=x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

2 ـ الطاقة الميكانيكية للمجموعة .

تعريف بالطاقة الميكانيكية :

في مرجع معين الطاقة الميكانيكية لمجموعة ما في لحظة t هي مجموع الطاقة الحركية وطاقة الوضع لهذه المجموعة .

طاقة الوضع لمتذبذب مرن أفقي هي مجموع طاقة وضعه الثقالية وطاقة وضعه المرنة $\boxed{E_P=E_{pp}+E_{Pe}}$

نختار الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية منطبقة مع المستوى الأفقي المار من G مركز قصور المتذبذب $(E_{pp}=0)$ نحصل على $E_P=E_{Pe}$ أي أن تعبير الطاقة الميكانيكية لمجموعة مكونة من جسم صلب ونابض أفقي هو : $\boxed{E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2+C}$

باختيار حالة مرجعية لطاقة الوضع المرنة وهي : $E_{pe}=0$ عند التوازن أي ان $x=0$ نحصل على التعبير التالي :

$$\boxed{E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2}$$

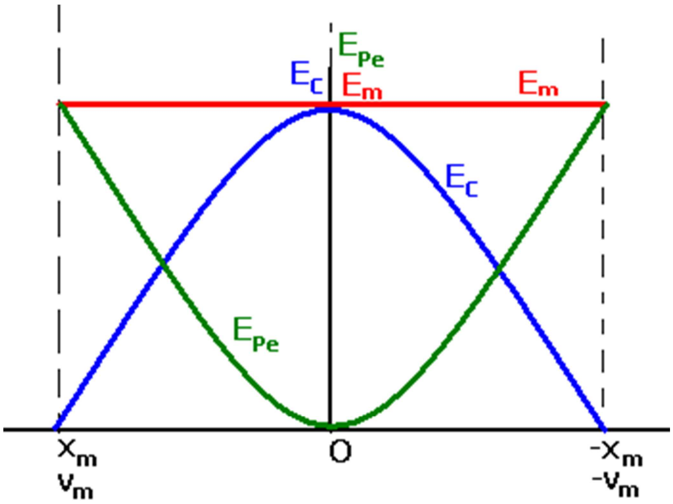
أ ـ حالة إهمال الاحتكاكات

في هذه الحالة يبقى وسع التذبذبات x_m ثابتا ، فنحصل على نظام دوري دوره الخاص T_0 ، فيكون عندنا انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة . $E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$ مهما كانت قيم x و v

ـ عندما تأخذ الاستطالة قيمتها القصوية x_m فإن الطاقة الميكانيكية $\boxed{E_m=\frac{1}{2}kx_m^2}$

ـ عنما تكون الاستطالة منعدمة $x=0$ فإن $\boxed{E_m=\frac{1}{2}mv_m^2}$ وبالتالي فإن $\boxed{E_m=\frac{1}{2}kx_m^2=\frac{1}{2}mv_m^2}$ ومنه نستنتج العلاقة :

$$\boxed{v_m=x_m\sqrt{\frac{k}{m}}}$$



كذلك يمكن أن نحصل على المعادلة التفاضلية للمتذبذب انطلاقا من الطاقة الميكانيكية أي بعملية اشتقاقها بالنسبة للزمن :

$$\frac{dE_m}{dt}=kx\frac{dx}{dt}+m\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2}=0\Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0$$

مخططات الطاقة للنواس المرن الأفقي :

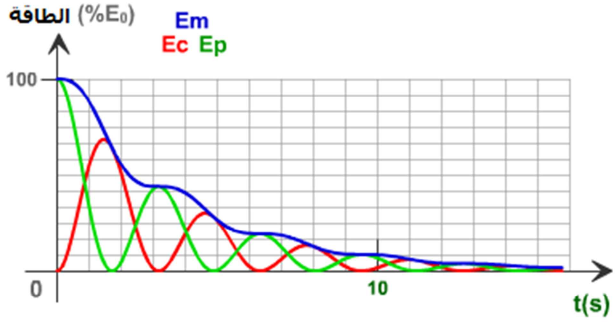
تمثيل على نفس النظمة E_{Pe} و E_C و E

خلاصة : في غياب الاحتكاكات تنحفظ الطاقة الميكانيكية لنواس مرن أفقي وحر .

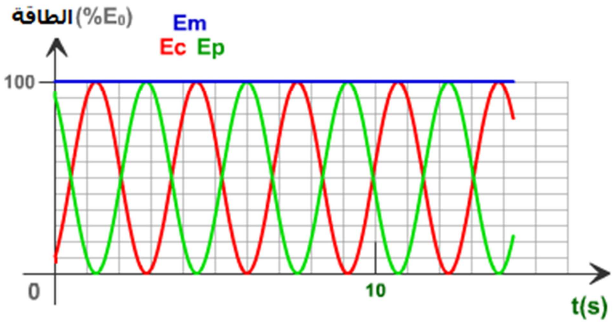
ب ـ حالة احتكاكات غير مهملة .

في هذه الحالة يتناقص وسع الذبذبات تدريجيا مع الزمن t ، فنحصل على نظام شبه دوري أو لا دوري في حالة احتكاكات مهمة .

يعزى تناقص الطاقة الميكانيكية للمجموعة مع الزمن t إلى الانتقال الحراري (وجود الاحتكاكات) شكل منحنى تغيرات E_{Pe} و E_C و E بدلالة الزمن :



تغيرات الطاقة بدلالة الزمن لنواس مرن مع وجود الاحتكاكات



تغيرات الطاقة بدلالة الزمن لنواس مرن في غياب الاحتكاكات

lhttp://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/Oscillateurs/oscillateur_horizontal.htm

IV ـ الدراسة الطاقية لنواس اللي .

1 ـ الطاقة الحركية للمجموعة .

المجموعة المتذبذبة هي { القضيب ـ السلك }

بما أن السلك كتلته مهملة فإن الطاقة الحركية لنواس اللي تنحصر في الطاقة الحركية للقضيب ، وبما أنه في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) سيكون تعبير الطاقة الحركية على الشكل التالي : $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) المجسد من طرف السلك و $\frac{d\theta}{dt}$ السرعة الزواية لدوران القضيب .

2 ـ طاقة الوضع للي المجموعة .

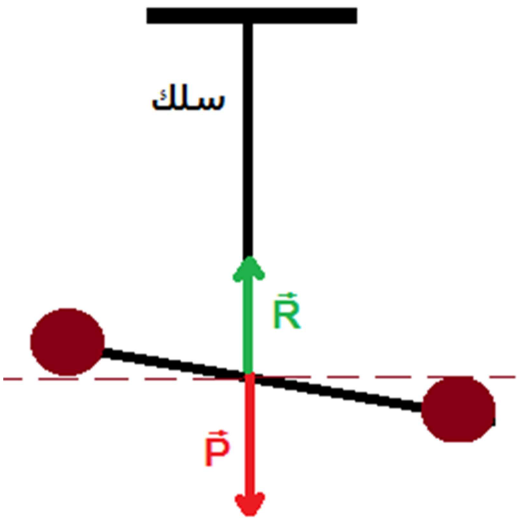
نعتبر نواس لي ثابتة ليه C في حركة تذبذبية حول محور (Δ) يجسده السلك ، عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) هو J_Δ.

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على هذه المجموعة بين موضعين أفصولهما الزاوي تباعا : θ_1 و θ_2 .

جرد القوى المطبقة على القضيب أثناء حركته : $\vec{P}$ وزن القضيب وتأثير السلك على القضيب $\vec{R}$ وإلى مزدوجة اللي عزمها $\mathcal{M}_C = -C.\theta$ ،

نطبق المبرهنة : $\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_1^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W_C$ بما أن خط تأثير القوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ يتقاطعان مع المحور (Δ) فإن شغلهما منعدم أي أن $\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_1^2 = W_C$

نعلم أن المعادلة الزمنية لحركة المجموعة المتذبذبة هي على الشكل التالي : $\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ نأخذ $\varphi = 0$ لتبسيط العمليات الحسابية .



$\theta_1 = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t_1\right)$ و $\theta_2 = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t_2\right)$ أي أن

$\dot{\theta}_1 = -\theta_m \frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t_1\right)$ و $\dot{\theta}_2 = -\theta_m \frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t_2\right)$ وبتعويض

هذه التعابير في العلاقة (1) $W_C = \frac{1}{2}C\theta_1^2 - \frac{1}{2}C\theta_2^2$

هذه العلاقة تمثل شغل مزدوجة اللي عندما يتغير الأفصول الزاوي من θ_1 إلى θ_2 . أي أن شغل مزدوجة اللي يساوي تغير شكل من أشكال الطاقة للمجموعة { القضيب ـ السلك } وهي

طاقة الوضع للي . $W_C = E_{pt}(1) - E_{pt}(2)$ بحيث أن $E_{pt}(1) = \frac{1}{2}C\theta_1^2$

و $E_{pt}(2) = \frac{1}{2}C\theta_2^2$ وبالتالي نعرف طاقة الوضع للي بالمقدار التالي :

$\boxed{E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2 + Cte}$ ، Cte ثابتة تتعلق بالحالة المرجعية وتحدده الشروط البدئية

3 ـ الطاقة الميكانيكية للمجموعة .

تعبير الطاقة الميكانيكية لنواس اللي هو : $\boxed{E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}C\theta^2 + Cte}$.

أ ـ في حالة احتكاكات مهملة .

نعتبر أن التذبذبات الأولى لنواس لي حر غير مخمدة معادلته التفاضلية $J_\Delta\ddot{\theta} + C\theta = 0$.

انطلاقا من تعبير الطاقة الميكانيكية يمكن أن نبين أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة وذلك باشتقاق تعبير E_m بالنسبة للزمن : $\frac{dE_m}{dt} = J_\Delta\ddot{\theta}\dot{\theta} + C\dot{\theta}\theta = \dot{\theta}\left(J_\Delta\ddot{\theta} + C\theta\right) = 0 \Rightarrow E_m = cte$

أي أن الطاقة الميكانيكية تنحفظ .

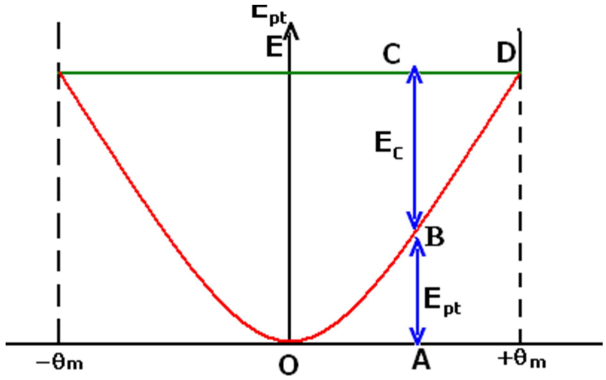
ويمكن أن نبين كذلك انطلاقا من المعادلة الزمنية $\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

أن هذه الثابتة هي : $E_m = \frac{1}{2}C\theta_m^2 = cte$

خلاصة : تنحفظ الطاقة الميكانيكية لنوس لي حر وغير مخمد :

$$E_m = \frac{1}{2}C\theta_m^2 = cte$$

مخططات الطاقة هي على الشكل التالي :



من خلال مخططات الطاقة يتبين أنه خلال الذبذبات الحرة في المخمدة لنواس لي تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة وضع والعكس صحيح .

ب ـ في حالة وجود الاحتكاك

تتناقص الطاقة الميكانيكية للنواس اللي بحيث تتحول إلى طاقة حرارية .

<u>V ـ الدراسة الطاقية للنواس الوازن</u>

نعتبر المجموعة النواس الوازن {الحامل ـ الجسم S } بحيث أن J_Δ عزم قصور الجسم S ونمعلم حركة مركز قصوره بالأفصول الزاوي θ عند كل لحظة t بالنسبة لمعلم مرتبط بمرجع أرضي .

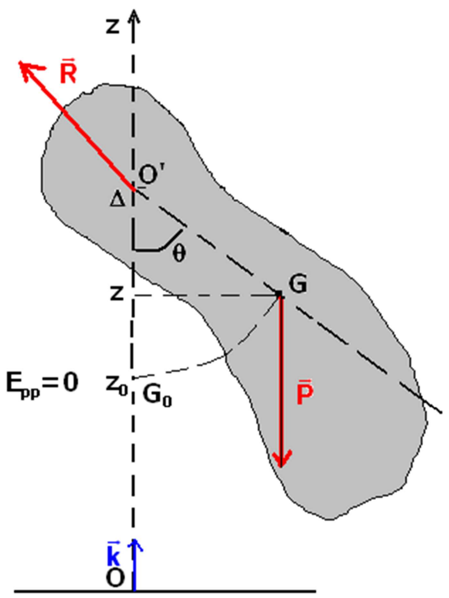
ـ الطاقة الحركية للمجموعة : يتوفر النواس الوازن على طاقة حركية في المرجع المرتبط بالأرض : $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2$

ـ طاقة الوضع الثقالية للمجموعة

تعبير طاقة الوضع الثقالية لنواس وازن في مجال الثقالة هو :

$E_{pp} = mgz + cte$ حيث m كتلة الجسم S و z أنسوب مركز قصوره في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد وممنظم محوره $(O,\vec{k})$ رأسي وموجه نحو الأعلى ، و g شدة الثقالة .

الثابتة cte تحدد انطلاقا من الحالة المرجعية .



ـ الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن.

$E_m = E_C + E_{pp}$

تعبير الطاقة الميكانيكية لنواس وازن في معلم مرتبط بمرجع أرضي

هو : $\boxed{E_m = mgz + \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + cte}$

مثال :

حسب الشكل : $z = z_0 + h$

بحيث أن $h = O'G - O'G\cos\theta$ نضع $O'G = d$

$z = z_0 + d(1-\cos\theta)$

يمكن تحديد الثابتة cte انطلاقا من الحالة المرجعية :

$E_{pp} = 0$ عند $z = z_0$ أي أن $cte = -mgz_0$

$$E_m = mgd(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2$$

$$\frac{dE_m}{dt} = mg\dot{\theta}\sin\theta + J_\Delta\dot{\theta}\ddot{\theta}$$

$$= \dot{\theta}\left(mgd\sin\theta + J_\Delta\ddot{\theta}\right) = 0$$

$$E_m = cte$$

في غياب للاحتكاكات تبقى الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن في مجال الثقالة ثابتة . **<u>إذن النواس الوازن مجموعة محافظية</u>**

ـ مخططات الطاقة

أ ـ الحالة العامة

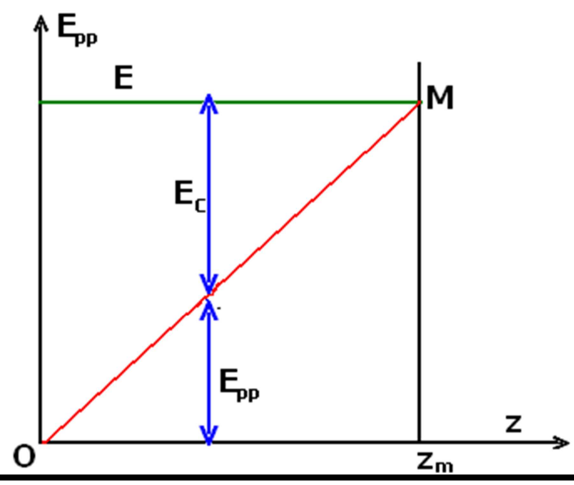
* التمثيل المبياني لتغيرات طاقة الوضع الثقالية بدلالة الأنسوب z .

$E_{pp} = mgz$

$E_m = g(z) = cte$

$E_m - E_{pp} = E_c$

الطاقة الحركية إما موجبة أو منعدمة.



في النقطة M $E_{pp}=mgz_M$ و $E_C=0$

$E_m=E_{pp}=mgz_M$

أي أن z لايمكنها أن تتجاوز z_M يعني أن $z<z_M$

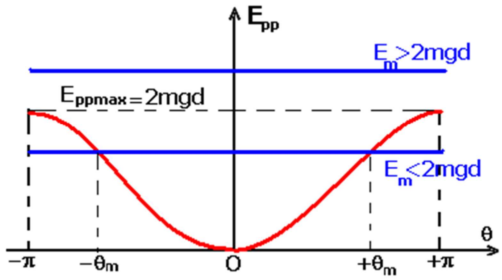
في النقطة O : $E_{pp}=0$ و $E_C=E_m=\frac{1}{2}mv_{max}^2$

عندما تزداد z تنقص الطاقة الحركية E_C تزداد طاقة الوضع E_{pp} إلى أن تصبح $z=z_m$ فيتوقف الجسم أي أن $E_C=0$

ب ـ حالة النواس الوازن

ـ طاقة الوضع الثقالية للنواس الوازن نختار كحالة مرجعية $E_{pp}=0$ بالنسبة $z=z_0$ في هذه الحالة $\boxed{E_{pp}=mgd(1-\cos\theta)}$

ـ مخططات الطاقة



$E_m=E_{pp}+E_C$ الطاقة الميكانيكية وهي ثابتة بالنسبة للنواس الوازن

$E_{pp}=mgd(1-\cos\theta)$ طاقة الوضع الثقالية $E_{pp}=f(\theta)$ حساب تغيرات $E_{pp}(\theta)$

$$\frac{dE}{d\theta}=mgd\dot{\theta}\sin\theta=0\Leftrightarrow\sin\theta=0$$

$\theta=-\pi$ أو $\theta=\pi$

$-\pi\le\theta\le\pi$

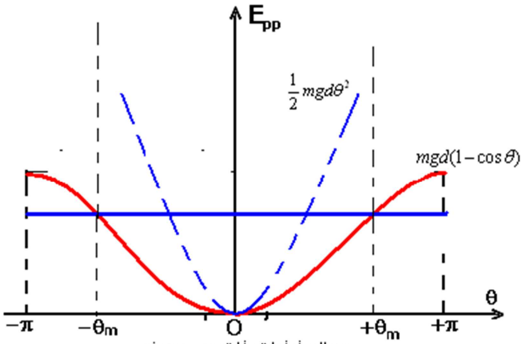
$0\le E_{pp}\le 2mgd$

ـ الحالة الأولى:

$E_m>2mgd$ و $E_m=E_{pp}+E_C$ أي أن $E_C>0$

وبالتالي فالنواس الوازن لايتوقف ويمكنه ان يدور حول المحور (Δ)

ـ الحالة الثانية :



مجال ذبذبات ذات وسع صغير

$E_m<2mgd$ أي أن $E_C=E_m-E_{pp}$ وبما أن $E_C\ge 0$ في هذه الحالة

تنعدم الطاقة الحركية للنواس الوازن بالنسبة لقيمتين θ_m و $-\theta_m$ في

هذه الحالة للمجموعة حركة تذبذبية حرة وغير مغمدة تتحول خلالها

الطاقة الحركية إلى طاقة وضع ثقالية $\Delta E_C=-\Delta E_{pp}$.

في حالة ذبذبات ذات وسع صغير $\sin\theta\approx\theta$ و $\cos\theta\cong 1-\frac{\theta^2}{2}$

$$\boxed{E_P=mgd\left(1-1+\frac{\theta^2}{2}\right)=mgd\frac{\theta^2}{2}}$$