حلول التمارين حول قوانين نيوتن وتطبيقاتها

التمرين 1 :

1 ــ لدينا حسب المنحنى $v(t)$: عند $t = 1s$ السرعة $v = 74m/s$ و عند $t = 2s$ السرعة $v = 78m/s$ و عند $t = 2,5s$ السرعة $v = 80m/s$

2 ــ المعادلة الزمنية لحركة الطائرة :

$v(t)$ دالة تألفية بالنسبة للزمن مهادلتها الرياضية تكتب على الشكل التالي :

$$v(t) = At + B$$

A معاملها الموجه وحسب المبيان هو :

$$A = \frac{80 - 70}{2,5 - 0} = 4m/s^2$$

B أرتوب v عند أصل التوا ريخ : $B = 70m/s$ وبالتالي فإن :

$$v(t) = 4t + 70 \qquad (m/s)$$

ونعلم أن $v = \dfrac{dx}{dt}$ أي أن $dx = vdt$ أي أن الدالة الأصلية ل $v(t) = 4t + 70$ هي :

$$x(t) = 2t^2 + 70t + x_0$$

نأخذ عند $t = o$ لدينا $x = 0$ وبالتالي فإن $x_0 = 0$ أي أن المعادلة الزمنية لحركة الطائرة هي:

$$x't) = 2t^2 + 70t \qquad x(m) \quad t(s)$$

3 ــ التسارع a

حسب المعادلة الزمنية للحركة فإن $a = \dfrac{dv}{dt} = 4m/s^2$

التمرين 2 :

1 ــ موضع النقطة M في اللحظة $t = 1,0s$:

$$x(t = 1) = 16 - 6 = 10m$$

2 ــ تحديد اللحظة التي تمر النقطة المادية من أصل معلم الفضاء $x = 0$:

$$16t - 6t^2 = 0 \Rightarrow t(16 - 6t) = 0$$

أي أن $t = 0$ و $t = 2,67s$

3 ــ حساب السرعة المتوسطة للنقطة المادية بين اللحظتين $t = 0s$ و $t = 2s$

$$V_m = \frac{x(t = 2s) - x(t = 0}{2 - 0} = \frac{32 - 24 - 0}{2 - 0} = 4m/s$$

4 ــ تعبير السرعة اللحطية في لحظة معينة :

لدينا : $V(t) = \dfrac{dx}{dt}$ أي أن :

$$V(t) = 16 - 12t$$

وبالتالي فإن السرعة البدئية أي عند اللحظة $t = 0$ هي :

$$V_0 = 16m/s$$

5 ـ اللحظات والمواضع التي ستتوقف فيها النقطة المادية : عند توقف النقطة المادية فإن $V=0$ أي أن $16-12t=0$ ومنه فإن $t=1,335s$ وموضع النقطة المادية في هذه اللحظة هو : $x(t=1,33s)=10,67m$
وبما أن

$$a_x=\frac{d^2x}{dt^2}=-12m/s^2$$

فإن التسارع ل ينعدم خلال حركة النقطة المادية فهو يبقى ثابتا مهما تكن t
6 ـ تحديد المجالين الزمنيين لتكون حركة النقطة المادية متسارعة ومتباطئة :

$$\vec{V}=(16-12t)\vec{i}$$

$$\vec{a}=-12\vec{i}$$

$$\vec{V}.\vec{a}=-12(16-12t)$$

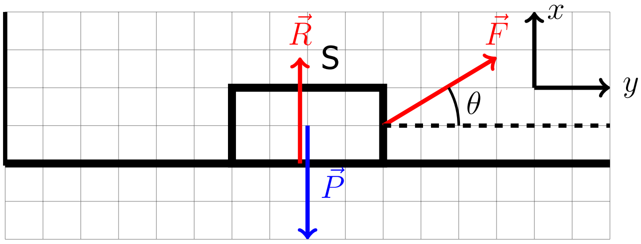
حركة مستقيمية متسارعة : $12t-16>0$ أي أن $t>1,33s$
حركة مستقيمية متباطئة : $12t-16<0$ أي أن $t<1,33s$

التمرين 4 :

نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بسطح الأرض والذي نعتبره غاليليا :

$$\sum \vec{F_{ext}}=m\vec{a}$$

جرد القوى المطبقة على الجسم (S) : $\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح على الجسم في غياب الاحتكاك سيكون عموديَ على السطح الأفقي . والقوة $\vec{F}$ المطبقة على الجسم (S)
حسب القانون الثاني لنيوتن لدينا :



$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=m.\vec{a}$$

نسقط العلاقة على $x'Ox$:

$$Fcos\theta=m.a_x$$

تطبيق عددي : $a_x=3,86m/s^2$
التسارع ثابت أي أن طبيعة الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام . أي أن :

$$x(t)=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

وحسب الشروط البدئية أن $x_0=5m$ و $v_0=6m/s$ وبالتالي فإن

$$\boxed{x(t)=1,93t^2+6t+5}$$

ومنه فإن

$$\boxed{v(t)=\frac{dx}{dt}=3,86t+6}$$

التمرين 5 :

1 ـ تعبير الإطالة Δl بدلالة m و g و α و k .
الجسم (S) في حالة التوازن :

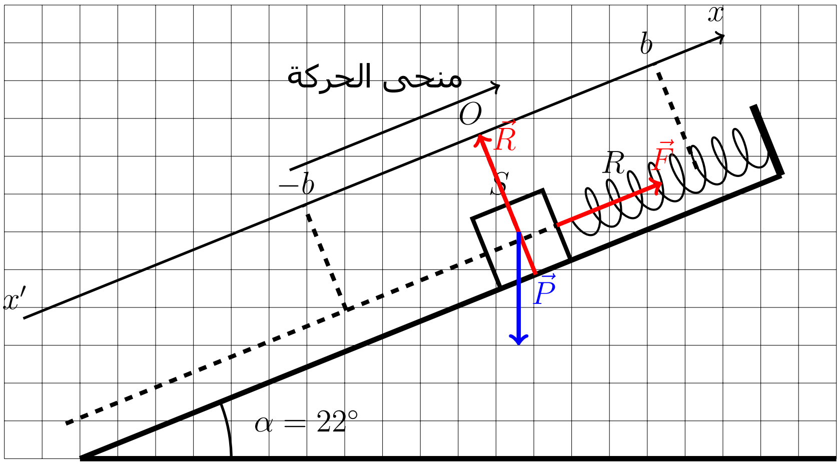
$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$$

نسقط العلاقة على المحور $x'Ox$:

$$-mgsin\alpha+k\Delta l=0$$

$$\boxed{\Delta l=\frac{mgsin\alpha}{k}}$$

$$\Delta l=3cm$$



2 ــ نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بسطح الأرض والذي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}$$

نسقط العلاقة المتجهية على المحور $x'Ox$ فنحصل على :

$$-mgsin\alpha + kb = m.a_x$$

بحيث أن $x = b$ إطالة النابط عند مروره بموضع التوازن في المنحى الموجب :

$$a_x = -gsin\alpha + \frac{k.b}{m}$$

$$a_x = 2.5m/s^2$$

التمرين 7 :

الجزء الأول :

1 ــ تعبير السرعة V_M :

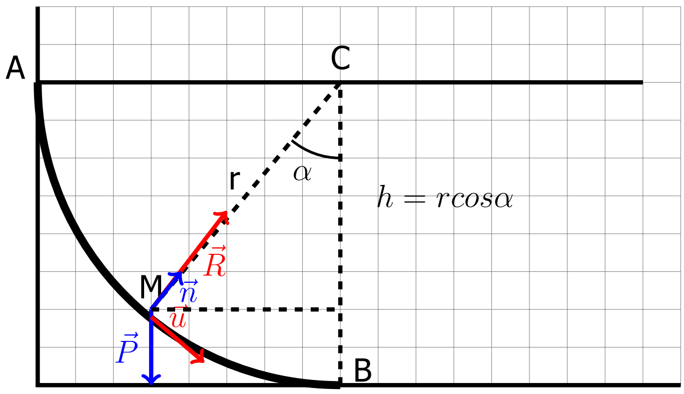
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين A و B :

$$\frac{1}{2}MV_M^2 - \frac{1}{2}MV_A^2 = mgrcos\alpha$$

$$V_M = \sqrt{V_A^2 + 2grcos\alpha}$$

في النقطة B لدينا $\alpha = 0$ أي أن $cos\alpha = 1$ وبالتالي فإن :

$$V_B = 2\sqrt{6}m/s$$



2 ــ تعبير شدة القوة $\vec{R}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني $(M, \vec{n}, \vec{u})$

$$\vec{P} + \vec{R} = M.\vec{a}$$

نسقط العلاقة المتجهية على $M\vec{n}$:

$$-mgcos\alpha + R = \frac{mV_{M^2}}{r}$$

$$\boxed{R = 3mgcos\alpha + \frac{mV_A^2}{r}}$$

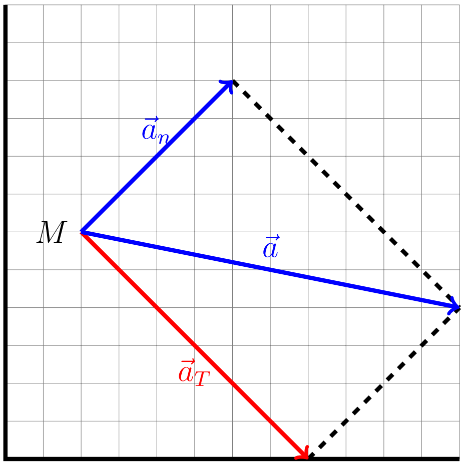
في النقطة B لدينا $\alpha = 0$ أي أن $cos\alpha = 1$

$$\boxed{R = 3mg + \frac{mV_A^2}{r}}$$

$$R = 5,1N$$

3 ـ تمثيل متجهة التسارع في أساس فريني :

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$



بحيث أن

$$a_N = \frac{V_M^2}{r} = \frac{V_A^2 + 2grcos\alpha}{r}$$

$$a_N = 5,4m/s^2$$

بالنسبة للتسارع المماسي نسقط العلاقة المتجهية على المحور $M\vec{u}$:

$$mgsin\alpha = ma_T$$

$$\boxed{a_T = gsin\alpha}$$

$$a_T = 7.1m/s^2$$

الجزء الثاني :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين M و B علما أن $V_M = 0$:

$$\frac{1}{2}MV_B^2 = mgh$$

وبين الموضعين B و N :

$$\frac{1}{2}MV_N^2 - \frac{1}{2}MV_B^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}MV_N^2 = 2mgh$$

من جهة أخرى وحسب القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني :

$$mgcos\alpha - R = \frac{mV_N^2}{r}$$

وبما أن الجسم سيغادر السكة عند النقطة N فإن $R = 0$ وبالتالي فإن :

$$mgcos\alpha = \frac{mV_N^2}{r}$$

$$\frac{1}{2}MV_N^2 = \frac{mgrcos\alpha}{2}$$

$$\frac{mgrcos\alpha}{2} = 2mgh$$

$$\boxed{h = \frac{rcos\alpha}{4}}$$

$$h = 0,167m$$