

الكهرباء في السنة الثانية من سلك بكالوريا

محددات علال

24 دجنبر 2013

المحتويات

5	I الكهرياء
7	1 التذبذبات الحرة في دارة متوالية RLC
7	1.1 الدراسة التجريبية لتفريغ مكثف في وشيعة
7	1.1.1 النشاط التجريبي 1
9	2.1.1 أنظمة التذبذبات الحرة
10	2.1 الدراسة النظرية للدارة المتوالية RLC
10	1.2.1 المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية
10	2.2.1 التذبذبات غير المخمدة في دارة مثالية LC
13	3.1 انتقالات الطاقة بين المكثف والوشيعة
13	1.3.1 الطاقة في الدارة LC مثالية :
14	2.3.1 الطاقة في الدارة RLC المتوالية
16	4.1 صيانة التذبذبات

الباب I الكهرباء

الفصل 1

التذبذبات الحرة في دائرة متوالية RLC

1.1 الدراسة التجريبية لتفريغ مكثف في وشيعة

1.1.1 النشاط التجريبي 1

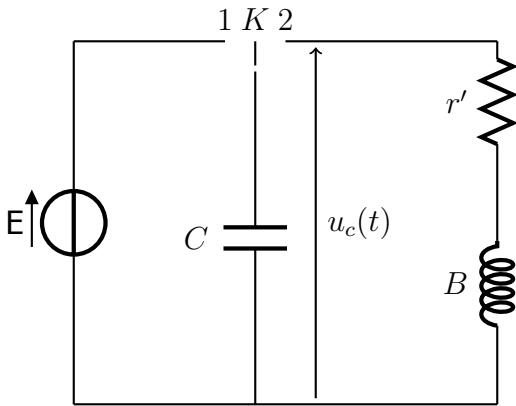
ننجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه حيث نستعمل وسيط معلوماتي وحاسوب وبرنم يعالج المعطيات أو راسم التذبذب ذاكراتي .

+ نضبط التوتر المستمر الذي يعطيه المولد على القيمة

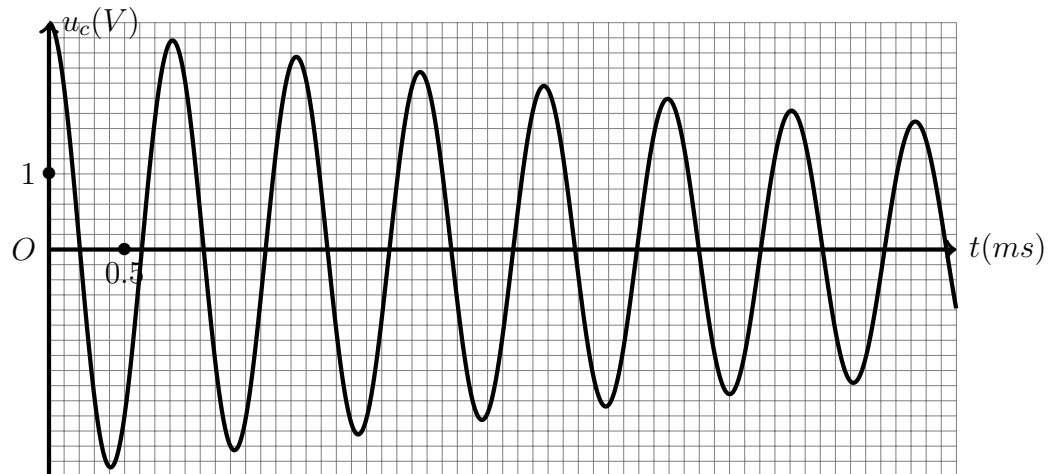
ومقاومة $E=3V$ الموصل الاومي على $r' = 0\Omega$ + نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (1) لمدة زمنية كافية لشحن المكثف كليا .

+ نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فنحصل على دائرة RLC متوالية مقاومتها الكلية $R = r + r'$ حيث r مقاومة الو شيعة .

+ نعاين التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف



نحصل على المنحنى التالي :



الاستثمار:

1- يمثل الرسم التذبذبي الممثل في الشكل أعلاه نموذجا للمنحنى المحصل عليه بالنسبة $R = 10\Omega$ كيف يتغير وسع التوتر $u_c(t)$ ؟ هل $u_c(t)$ دالة دورية ؟

عند وضع K في الموضع (1) يشحن المكثف وعند وضعه في الموضع (2) نحصل على دائرة RLC متوالية حيث في هذه الحالة يفرغ المكثف في الو شيعة . ويكون التوتر $u_c(t)$ بين مربطي المكثف متناوبا . $u_c(t)$ ليست بدالة دورية .

* _ وسع التوتر $u_c(t)$ يتناقص مع الزمن t نقول أن التذبذبات مخمدة
بما أن التذبذبات تتم دون أن نزود الدارة RLC بالطاقة غير الطاقة المخزونة في المكثف ، نقول أن التذبذبات حرة

خلاصة

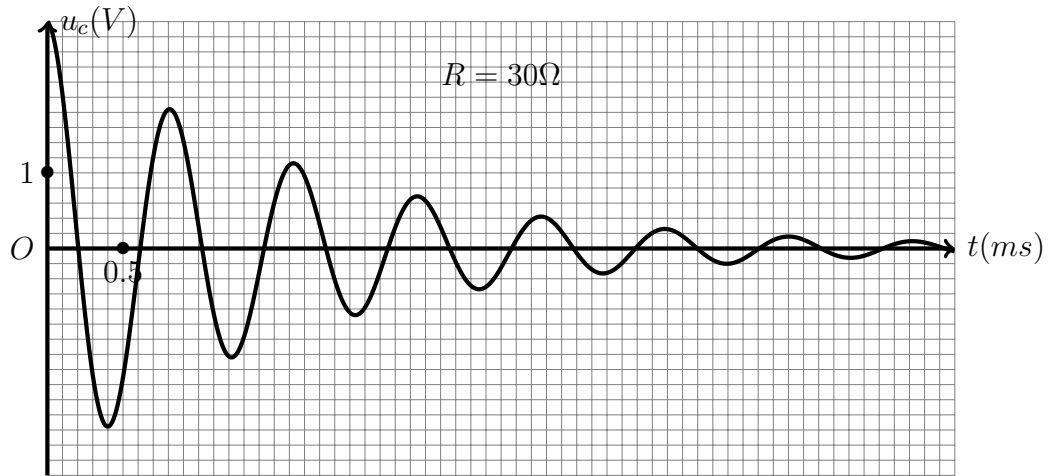
يؤدي تفريغ مكثف ، مشحون ، في وشيعة دارة RLC متوالية ، إلى ظهور تذبذبات حرة ومخمدة .
نقول أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا حرا ومخمدا

تعريف بشبه الدور

نسمي شبه الدور المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر $u_c(t)$.
2 - عين مبيانيا T

من خلال المبيان لدينا : $T = 0,8ms$

3 - نضبط مقاومة الموصل الأومي على $r' = 20\Omega$ فنحصل على المنحنى التالي :



ما تأثير المقاومة R على :

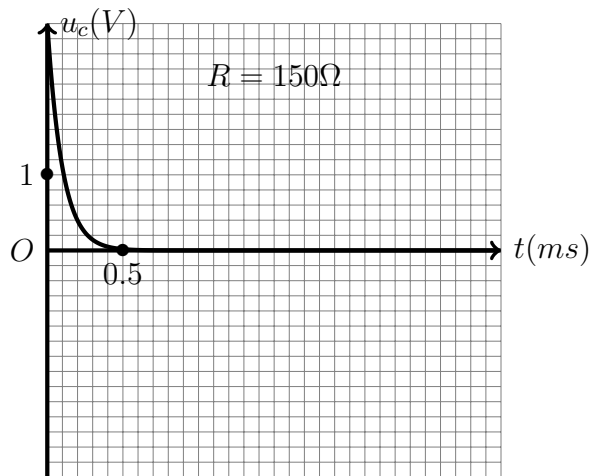
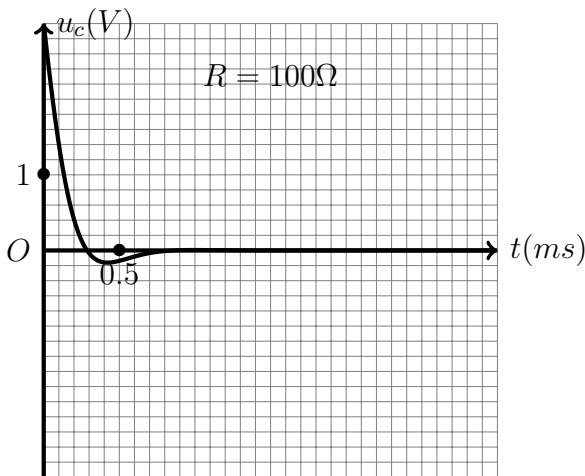
2-1 - وسع التذبذبات ؟

عندما نغير المقاومة الكلية للدارة يتغير وسع التذبذبات.

2-2 - شبه الدور T ؟

بالنسبة لقيم المقاومة صغيرة جدا يلاحظ أن شبه الدور لا يتعلق بقيمة R

3- نضبط مقاومة الموصل الأومي على القيمتين : $r' = 100\Omega$ و $r' = 150\Omega$

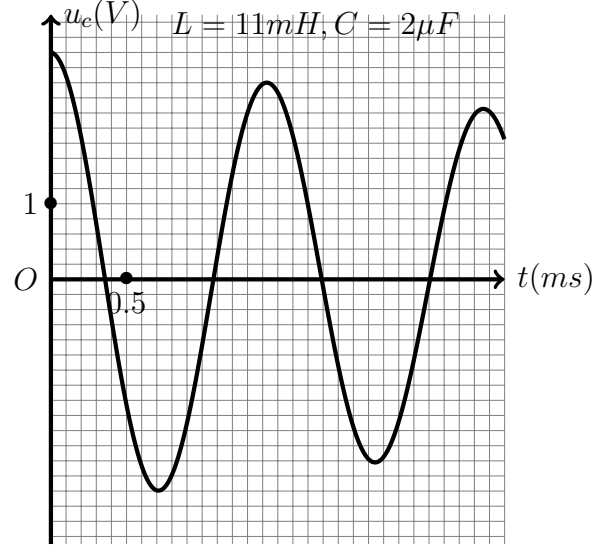
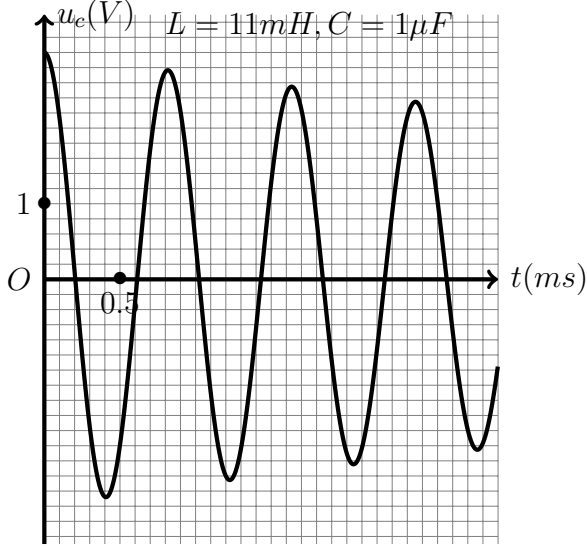


هل التوتر المعايين $u_c(t)$ تذبذبي ؟

عندما تأخذ R قيم كبيرة جدا $u_c(t)$ توتر غير تذبذبي أي أن التذبذبات تزول يكون لدينا خمود مهم .

4- حسب قيم المقاومة الكلية R للدارة يلاحظ RLC تجريبيا وجود نظامين للتذبذبات : نظام شبه دوري ونظام لا دوري .

تعرف على هاذين النظامين من خلال الأشكال السابقة
النظام شبه الدوري يحدث إذا كانت قيمة المقاومة R صغيرة .
النظام لا دوري عندما تكون R كبيرة جدا حيث تزول الذبذبات نظرا لوجود خمود مهم .
5- نضبط من جديد R على القيمة 10Ω
في مرحلة أولى نأخذ $L = 11mH$ و $C = 1F$ ونقيس شبه الدور T .
في مرحلة ثانية : نأخذ $L = 11mH$ و $C = 2F$ ونقيس شبه الدور T



هل يتعلق شبه الدور بكل من L و C ؟
نعم يتعلق شبه الدور بقيم L و C

2.1.1 أنظمة الذبذبات الحرة

حسب مقاومة الدارة RLC نحصل على ثلاثة أنظمة
أ- نظام شبه دوري

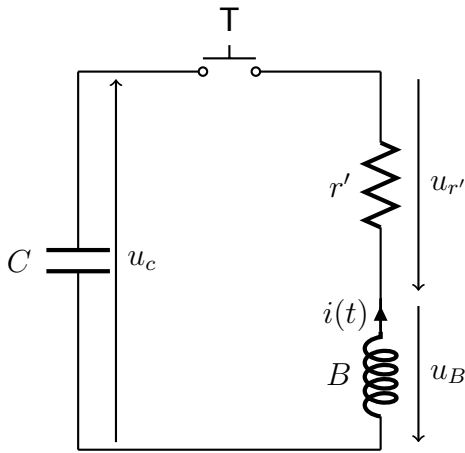
R صغيرة نحصل على ذبذبات يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن
ب - نظام لا دوري

R كبيرة جدا : تزول الذبذبات نظرا لوجود خمود مهم ونسمي هذا النظام نظام لا دوري
ج- نظام حرج

في الذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة نرمز لها ب R_c وتسمى مقاومة حرجة وهي مقاومة تفصل بين النظام شبه الدوري والنظام اللا دوري ونسمي النظام في هذه الحالة بالنظام الحرج وفي هذه الحالة يرجع التوتر $u_c(t)$ إلى صفر بسرعة ودون تذبذب وتتعلق ب R_c و C و L .

2.1 الدراسة النظرية للدارة المتوالية RLC

1.2.1 المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية



نعتبر الدارة المتوالية الممثلة في الشكل جانبه :
نطبق قانون إضافية التوترات بين F و D فنجد :

$$u_c + u_B + u_{r'} = 0 \Rightarrow u_c + (r + r')i(t) + L \frac{di}{dt} = 0$$

بحيث أن : $i(t) = C \frac{du_c}{dt}$ و $\frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_c}{dt^2}$ وبالتالي فإن :

$$u_c + RC \frac{du_c}{dt} + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية التي يحققها التوتر u_c بين مربطي المكثف هي :

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

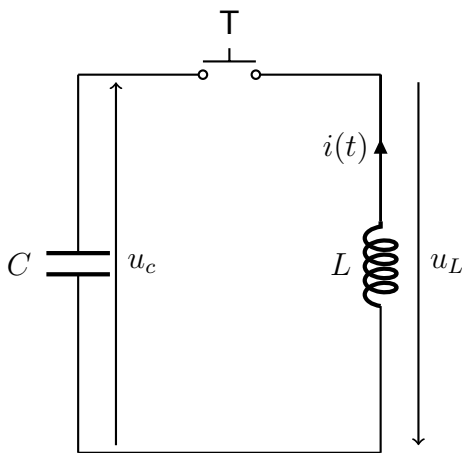
يعبر المقدار $\frac{L}{R} \frac{du_c}{dt}$ عن ظاهرة خمود الذبذبات ، ويحدد حسب قيم R نظام هذه الذبذبات .
في حالة النظام شبه الدوري ، يكتب حل هذه المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u_c(t) = U_0 e^{-\lambda t} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right)$$

بحيث أن $\lambda = \frac{L}{2R}$ وجميع الثوابت تحدد انطلاقا من التمثيل المبياني .

2.2.1 الذبذبات غير المخمدة في دارة مثالية LC

تتكون الدارة من مكثف سعته C وشحنته البدئية q_0 ووشية معامل تحريضها L مقاومتها الداخلية r نعتبرها مهملة . تنعت هذه الدارة بالمثالية لاستحالة تحقيقها تجريبيا لكون أن كل الوشيعات تتوفر على مقاومة داخلية .



المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$.

نطبق قانون إضافية التوترات فنجد :

$$u_c + u_L = 0 \Rightarrow u_c + L \frac{di}{dt} = 0$$

بحيث أن : $i(t) = C \frac{du_c}{dt}$ و $\frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_c}{dt^2}$

وبالتالي فإن :

$$u_c + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

خلال الذبذبات الكهربائية الحرة غير المخمدة لدارة LC ، يحقق التوتر $u_c(t)$ بين مربطي المكثف المعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

حل المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية $\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = 0$ معادلة خطية من الدرجة الثانية ، رياضيا حلها يكتب على الشكل التالي :

$$u_c(t) = U_m \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$$

U_m – وسع الذبذبات
 φ – طور في اللحظة ذات التاريخ t
 T_0 :

الدور الخاص للذبذبات . $\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$: الطور عند أصل التواريخ ($t=0$)
أ – تحديد تعبير الدور الخاص T_0 :
نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{du_c}{dt} = -U_m \frac{2\pi}{T_0} \sin \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{T_0^2} \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$$

أي أن : $\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} u_c = 0$ حلا للمعادلة التفاضلية ، يكفي أن تكون

$$\frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC}$$

وبالتالي فإن :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

خلاصة

يتعلق الدور الخاص للذبذبات الحرة غير المخمدة بمعامل التحريض L وبسعة المكثف C :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

وحدة الدور الخاص T_0 في النظام العالمي للحدات هي الثانية (s)

ب – تحديد φ و U_m :

لتحديد قيم φ و U_m نحدد الشروط البدئية عند تفريغ المكثف في الوشيعية . أي نعبر عن المقدارين $u_c(t)$ و $i(t)$ في اللحظة $t=0$ باعتبار أن هاتين الدالتين متصلتين كيف ما كانت t .

$$i(t) = C \frac{u_c}{dt} = -C \frac{2\pi}{T_0} \sin \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right) \text{ لدينا}$$

عند اللحظة $t=0$ لدينا $i(0)=0$ الوشيعة لا يمر فيها أي تيار كهربائي

$$i(t) = -C \frac{2\pi}{T_0} \sin(\varphi) = 0$$

$$\sin \varphi = 0 \text{ أي أن } \varphi = 0 \text{ أو } \varphi = \pi$$

من جهة أخرى لدينا عند $t = 0$ المكثف مشحون أي أن $u_c(0) = U_0$

$$U_0 = U_m \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{U_0}{U_m} > 0$$

أي أن $\varphi = 0$ و $U_m = U_0$ وبالتالي فإن :

$$u_c(t) = U_m \cos \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t \right)$$

ج - تعبير الشحنة $q(t)$ و $i(t)$

نعلم أن شحنة المكثف هي :

$$q(t) = C u_c(t) = C U_m \cos \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t \right)$$

لدينا $q(0) = C U_m$ أي أن تعبير الشحنة للمكثف :

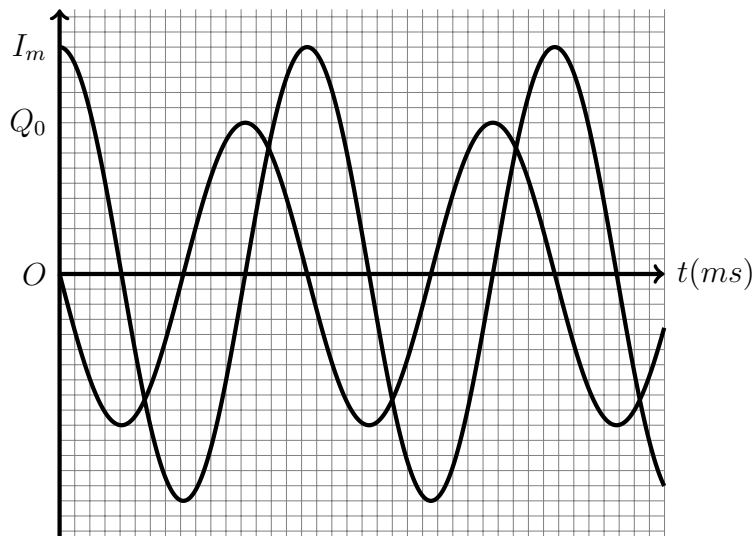
$$q(t) = Q_m \cos \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t \right)$$

تعبير شدة التيار الكهربائي :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{C U_m}{\sqrt{LC}} \sin \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t \right)$$

$$i(t) = -U_m \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t \right)$$

أي أن شدة التيار القصوى هي : $I_m = U_m \sqrt{\frac{C}{L}}$ وأن $i(t) = I_m \cos \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t + \frac{\pi}{2} \right)$ أي أن $i(t)$ متقدمة في الطور على $q(t)$ ب $\pi/2$ وأن $i(t)$ و $q(t)$ على تربيع في الطور .



ملحوظة : عندما تكون شحنة المكثف قصوى تكون شدة التيار الكهربائي منعدمة . والعكس صحيح

3.1 انتقالات الطاقة بين المكثف والوشية .

توصلنا في الدروس السابقة أن المكثف بإمكانه أن يخزن طاقة كهربائية :

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}Cu_c^2$$

وأن الوشية كذلك بإمكانها أن تخزن طاقة مغناطيسية :

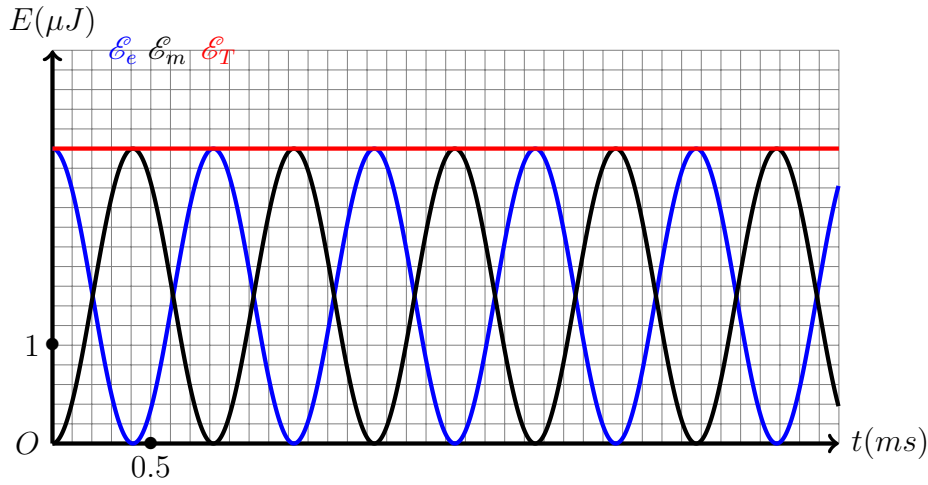
$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}Li(t)^2$$

نعبر عن الطاقة الكلية \mathcal{E}_T بالعلاقة التالية :

$$\mathcal{E}_T = \frac{1}{2}Cu_c^2 + \frac{1}{2}Li(t)^2$$

1.3.1 الطاقة في الدارة LC مثالية :

نعتبر دارة مثالية LC ، بواسطة برنم خاص electricite نحصل على التسجيل التالي لتغيرات \mathcal{E}_m و \mathcal{E}_e و \mathcal{E}_T بدلالة الزمن الممثل في الشكل أسفله :



دراسة منحنيات تغير الطاقات بدلالة الزمن في دارة LC مثالية .

- 1 – كيف تتغير الطاقة عندما تنقص الطاقة المخزونة في المكثف ؟
- عندما تنقص الطاقة المخزونة في المكثف تزداد الطاقة المخزونة في الوشية والعكس صحيح
- كيف تتغير الطاقة عندما تنقص الطاقة المخزونة في الوشية ؟
- عندما تنقص الطاقة المخزونة في الوشية تزداد الطاقة المخزونة في المكثف والعكس صحيح
- كيف تتغير الطاقة الكلية ؟
- الطاقة الكلية ثابتة خلال الزمن أي أن هناك تبادل الطاقة بين المكثف والوشية وبما أن الطاقة الكلية ثابتة ، هناك انحفاظ الطاقة الكلية للدارة .
- 4 – أثبت رياضيا أن الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن t . بطريقتين ، استعمال حل المعادلة التفاضلية واستعمال المعادلة التفاضلية مباشرة .
- الطريقة الأولى :

$$E_T = E_e + E_m \Rightarrow E_T = \frac{1}{2}Cu_c^2 + \frac{1}{2}Li^2$$

لدينا : $u_c = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ و $i(t) = -I_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ بحيث أن $I_m = \frac{CU_m}{\sqrt{LC}}$

$$E_T = \frac{1}{2}CU_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) + \frac{1}{2}LI_m^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$E_T = \frac{1}{2}CU_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) + \frac{1}{2}L \left(\frac{CU_m}{\sqrt{LC}}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$E_T = \frac{1}{2}CU_m^2 \left(\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) \right)$$

$$E_T = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2$$

الطريقة الثانية : استعمال المعادلة التفاضلية مباشرة :
لدينا :

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2}C \frac{du_c^2}{dt} + \frac{1}{2}L \frac{di^2}{dt}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = Cu_c \frac{du_c}{dt} + Li \frac{di}{dt}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = Cu_c \frac{du_c}{dt} + LC^2 \frac{du_c}{dt} \times \frac{d^2u_c}{dt^2}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \left(u_c + LC \frac{d^2u_c}{dt^2} \right)$$

$$\frac{dE_T}{dt} = 0 \Rightarrow E_T = 0$$

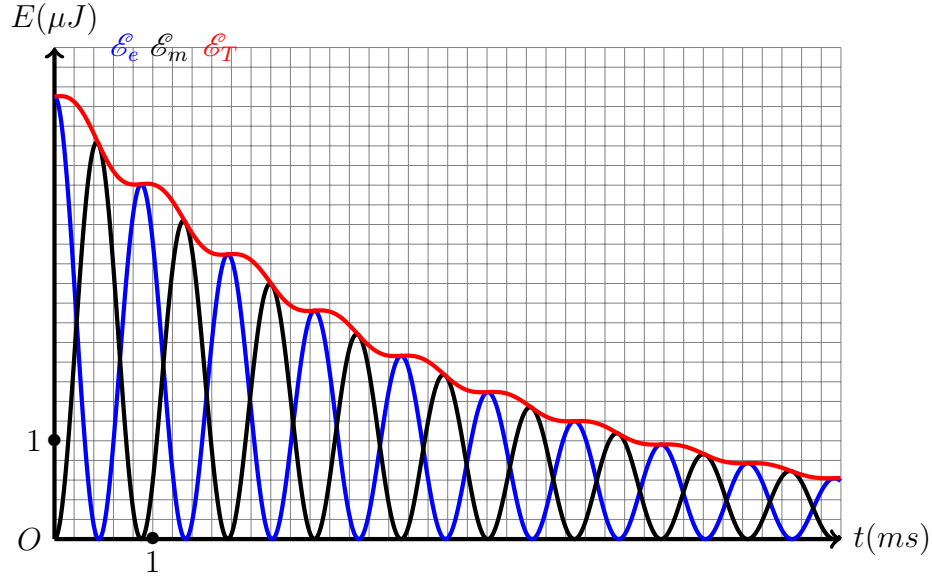
خلاصة

تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن وتساوي الطاقة البدئية المخزونة في المكثف .
خلال الذبذبات غير المخمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغناطيسية في الوشيجة والعكس صحيح .

$$E_T = E_m + E_e = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2$$

2.3.1 الطاقة في الدارة RLC المتوالية .

خلال دراسة تجريبية لدارة RLC متوالية حيث المقاومة الكلية R غير منعدمة نعاين بواسطة جهاز ملائم منحنيات تغيرات الطاقة E_m, E_e, E_T بدلالة الزمن فنحصل على المنحنيات الممثلة في الشكل أسفله :



1 - كيف تتغير الطاقة E_e عند تزايد E_m ؟

نفس السؤال عند تناقص E_m .

ماذا تستنتج ؟

عندما تنقص الطاقة في المكثف وتزداد الطاقة المخزونة في الوشيعية والعكس صحيح . أي أن هناك تبادل طاقي بين المكثف والوشيعية خلال الدور $T = T_0/2$ بحيث أن T_0 الدور الخاص للذبذبات

2 - كيف تتغير بصفة عامة الطاقة الكلية المخزونة في الدارة بدلالة الزمن ؟

يلاحظ أن خلال كل تبادل طاقي بين المكثف والوشيعية تتناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة R .

- ما الظاهرة المسؤولة عن هذا التغيير ؟

ظاهرة خمود نتيجة تحول جزء من الطاقة الكلية بمفعول جول إلى طاقة حرارية .

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2}C \frac{du_c^2}{dt} + \frac{1}{2}L \frac{di^2}{dt}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = C u_c \frac{du_c}{dt} + L i \frac{di}{dt}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = C u_c \frac{du_c}{dt} + LC^2 \frac{du_c}{dt} \times \frac{d^2 u_c}{dt^2}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \left(u_c + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} \right)$$

$$\frac{dE_T}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \left(LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c \right)$$

حسب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c بين مرطبي المكثف :

$$\frac{dE_T}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \left(-RC \frac{du_c}{dt} \right)$$

$$\boxed{\frac{dE_T}{dt} = -Ri^2}$$

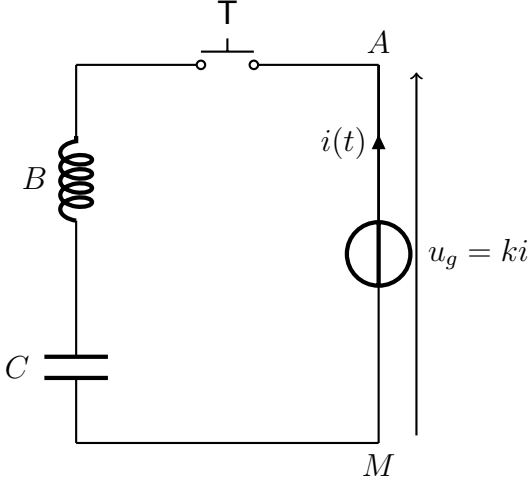
من خلال هذه النتيجة يتبين أن الطاقة الكلية تناقصية ويعزى هذا التناقص إلى وجود المقاومة R .

خلاصة

تتناقص الطاقة الكلية لدارة RLC متوالية تدريجيا بسبب مفعول جول .

4.1 صيانة الازدواج .

نعتبر التركيب التجريبي التالي : في كل لحظة يمكن كتابة حسب قانون إضافية التوترات



$$u_{AM} = u_c + u_B$$

$$ki = ri + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \quad \text{لدينا :}$$

$$kC \frac{du_c}{dt} = rC \frac{du_c}{dt} + LC \frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c$$

$$LC \frac{d^2u_c}{dt^2} + (r - k) \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

بالنسبة لـ $k=R$ نحصل على المعادلة التفاضلية التالية

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

وهي المعادلة المميزة للمتذبذب (L,C) ذي مقاومة مهملة .

إذن فالتركيب المدروس يمكن من صيانة التذبذبات .