

حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

تصحيح التمارين

التمرين 1

- 1 - طبيعة حركة الجسم الصلب :
الجسم الصلب في حركة دوران حول محور ثابت
المعادلة الزمنية لنقطة M هي دالة خطية
إذن نستنتج أن الجسم في حركة دوران منتظم .
- 2 - قيمة الأضلاع المنحني للنقطة M عند اللحظة $t=0$:
 $v = 0,70 \text{ m/s}$ و $r = 0,03 \text{ m}$
- 3 - تعبير الأضلاع الزاوي $\theta(t)$

نعلم أن $\theta(t) = \omega t + \theta_0$ بحيث أن $\theta_0 = \frac{v_0}{r} = 0,20 \text{ rad}$ و $\omega = \frac{v}{r} = 4,67 \text{ rad/s}$

وبالتالي فالمعادلة هي : $\theta(t) = 4,67t + 0,20$

التمرين 2

- 1 - تحديد سرعات النقطة M :
في الموضع M_1

$$v_1 = \frac{M_0 M_1}{2 \Delta t} = \frac{2,7 \cdot 10^{-2}}{80 \cdot 10^{-3}} = 0,34 \text{ m/s}$$

في الموضع M_3

$$v_3 = \frac{M_2 M_4}{2 \Delta t} = \frac{2,7 \cdot 10^{-2}}{80 \cdot 10^{-3}} = 0,34 \text{ m/s}$$

تمثيل متجهات السرعة :

مميزات متجهة السرعة \vec{v}_1 :

الأصل M_1

الاتجاه : مماس لمسار حركة المتحرك في النقطة M_1

المنحى : منحى الحركة

المنظم : $v_1 = 0,34 \text{ m/s}$ حسب السلم نمثله ب $3,4 \text{ cm}$

مميزات متجهة السرعة \vec{v}_3 :

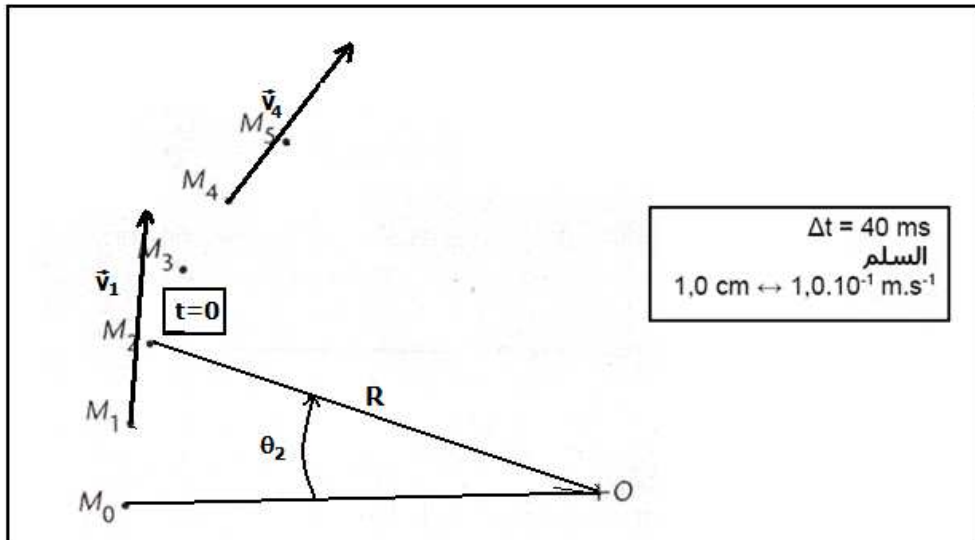
الأصل M_3

الاتجاه : مماس لمسار حركة المتحرك في النقطة M_3

المنحى : منحى الحركة

المنظم : $v_3 = 0,34 \text{ m/s}$ حسب السلم نمثله ب $3,4 \text{ cm}$

التمثيل أنظر الشكل



حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

2 - طبيعة حركة النقطة M :
بما أن الجسم في حركة دوران حول محور ثابت أي أن كل نقطة لها حركة دائرية بما فيها النقطة M إذن مسار النقطة M مسار دائري .

حسب السؤال السابق أن السرعة الخطية لهذه النقطة ثابتة أي أن هذه الحركة منتظمة .
إذن طبيعة حركة النقطة M حركة دائرية منتظمة .

3 - ميانا الشعاع $R = 7,9\text{cm}$

4 - نستنتج السرعة الزاوية لهذه النقطة :

لدينا $v = R\omega$ أي أن $\omega = v/R$

$$\omega = \frac{0,34}{7,9 \cdot 10^{-2}} = 4,3 \text{ rad/s}$$

5 - المعادلة الزمنية لحركة النقطة M :

بما الحركة دائرية منتظمة فإن معادلتها الزمنية تكتب على الشكل التالي : $\theta(t) = \omega t + \theta_0$ بحيث أن θ_0 هو الأفصول الزاوي للمتحرك عند اللحظة $t = 0$ أي في أصل التواريخ .

وحسب المعطيات أن M_2 هي موضع النقطة M في أصل التواريخ بحيث أن $\theta_2 = \widehat{M_0 M_2} = 20^\circ = \frac{\pi}{9} \text{ rad}$ أي أن $\theta_0 = \theta_2 = \frac{\pi}{9} \text{ rad}$

وبالتالي فإن المعادلة الزمنية هي : $\theta(t) = 4,3t + \pi/9$ (rad)

التمرين 3

1 - السرعة الزاوية للساق :

بما أن الساق كجسم صلب في حركة دوران حول المحور 'ZZ' فإن جميع النقط لها حركة دائرية تدور بنفس السرعة الزاوية باستثناء النقطة O فهي في حالة سكون . أي أن $\omega_A = \omega_B = \omega$ بحيث أن ω السرعة الزاوية للساق .

$$\omega = \frac{3\ell}{4} \cdot v_A \quad \text{أو} \quad \omega = \frac{3\ell}{4} \cdot \omega_A \quad \text{بحسب الشكل فإن} \quad \omega = \omega_A = 0A \cdot v_A$$

عدديا : $\omega = 0,75 \text{ rad/s}$

2 - سرعة النقطة B :

$$\text{لدينا} \quad \omega = OB \cdot v_B \quad \text{أي أن} \quad v_B = \frac{\omega}{OB} \quad \text{عدديا :} \quad v_B = 3 \text{ m/s}$$

التمرين 4

1 - المعادلة الزمنية $\theta(t)$ لحركة النقطة M :

بما أن المسار دائري و السرعة الزاوية ثابتة فإن حركة النقطة M حركة دائرية منتظمة معادلتها الزمنية تكتب على الشكل التالي $\theta = \omega t + \theta_0$ بحيث أن $\omega = 2 \text{ rad/s}$

$$\text{حساب} \quad \theta_0 : \text{عند} \quad t = 1 \text{ s} \quad \text{لدينا} \quad \theta = \pi/6 \quad \text{أي أن} \quad \theta_0 = \frac{\pi}{6} - 2$$

2 - السرعة الخطية : $v = R\omega$ أي أن $v = 4 \text{ m/s}$

3 - عندما ينجز المتحرك دورة كاملة $\theta = 2\pi$ أي أن

$$2\pi = 2 \times \Delta t + \left(\frac{\pi - 12}{6} \right) \Rightarrow \Delta t = \frac{12\pi - \pi + 12}{12} = \frac{11\pi + 12}{12}$$

$$\Delta t = 3,9 \text{ s}$$

التمرين 5

1 - خلال أي مدة يدور القمران من جديد جنباً إلى جنب :

نعتبر اللحظة $t_0 = 0$ لحظة انطلاق القمران وهما محمولين من طرف نفس الشعاع واللحظة t اللحظة التي سيلتقيان فيها نعتبر أنه بالنسبة للقمر S_1 معادلته الزمنية هي :

$$\theta_1(t) = \omega_1 t + \theta_{01} \quad \theta_{01} = 0$$

$$\theta_1(t) = \omega_1 t$$

وبالنسبة للقمر S_2 معادلته الزمنية هي :

$$\theta_2(t) = \omega_2 t + \theta_{02} \quad \theta_{02} = 0$$

$$\theta_2(t) = \omega_2 t$$

حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

خلال الالتقاء تكون $\theta_1(t) = \theta_2(t) + 2k\pi$ $k \in \mathbb{N}$

أي أن :

$$\omega_1 t = \omega_2 t + 2k\pi \quad k \in \mathbb{N}$$

$$t(\omega_1 - \omega_2) = 2k\pi \quad k \in \mathbb{N}$$

$$t_k = \frac{2k\pi}{\omega_1 - \omega_2} \quad k \in \mathbb{N}$$

عند التقائهما أول مرة نأخذ $k=1$

$$t_1 = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = 62800s$$

2 - نستنتج أن هذه الظاهرة دورية : حسب العلاقة $t_k = \frac{2k\pi}{\omega_1 - \omega_2} = k.t_1$ $k \in \mathbb{N}$ فهي تبين أن هذه الحركة دورية دورها هو

$$T = t_0 - t_1 = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} \Rightarrow T = 62800s = 17h26min40s$$

التمرين 6

في الجسم المرجعي النجمي $\mathcal{R}(S, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ مركزه الشمس . خلال المدة الزمنية $\Delta t_i = T_i$ يقطع الكوكب i (بحيث أن (المريخ، عطارد) $s = 2\pi D_i$ محيط المسار الدائري s وبما أن حركة الكوكب i حركة دورانية منتظمة فإن

$$s = 2\pi D_i = v_i \Delta t_i \Rightarrow v_i = \frac{2\pi D_i}{\Delta t_i}$$

v_i السرعة الخطية للكوكب i .

$$v_1 = 47,9.10^3 \text{ m/s} : \text{ بالنسبة لعطارد}$$

$$v_2 = 13,1.10^3 \text{ m/s} : \text{ بالنسبة للمريخ}$$

2 - السرعة الزاوية لكل كوكب i :

نعلم أن $v_i = \omega_i D_i$ وبالتالي $\omega_i = \frac{v_i}{D_i}$ أو ممكن أن نستعمل تعبير الدور

$$\omega_i = \frac{2\pi}{T_i} \text{ لكل كوكب وبالتالي}$$

$$\omega_1 = 8,26.10^{-7} \text{ rad/s} : \text{ بالنسبة لعطارد}$$

$$\omega_2 = 1,68.10^{-8} \text{ rad/s} : \text{ بالنسبة للمريخ}$$

3 - حساب الزاوية α_i زاوية الدوران الكوكب i خلال

$$\Delta t = 365J = 365 \times 24 \times 3600 = 31536.10^3 s$$

$$\text{لدينا } \alpha_i = \omega_i \Delta t$$

$$\alpha_1 = 26,1 \text{ rad} = 4,15^\circ [360^\circ] : \text{ بالنسبة لعطارد}$$

$$\alpha_2 = 0,530 \text{ rad} = 30,4^\circ : \text{ بالنسبة للمريخ}$$

التمرين 7

1 - تعبير السرعة الخطية v_1 لنقطة تنتمي لمحيط البكرة P_1 بدلالة السرعة الزاوية ω_1 و R_1 :

المحرك مرتبط بالبكرة P_1 بواسطة المروود ، بما أن سرعته الزاوية ω_1 فإن سرعة البكرة كذلك ω_1 .

نعتبر نقطة M_1 تنتمي إلى محيط البكرة P_1 بحيث أن $OM_1 = R_1$ أي أن العلاقة بين السرعة الخطية v_1 والسرعة الزاوية ω_1 هي : $v_1 = R_1 \omega_1$. بنفس الطريقة نبين أن العلاقة بين السرعة الخطية v_2 لنقطة M_2 تنتمي إلى محيط البكرة P_2 وسرعتها

$$v_2 = R_2 \omega_2 : \text{ هي}$$

2 - نعتبر α_1 و α_2 زاويتي الدوران خلال نفس المدة الزمنية Δt ، لنبين أن $R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2$ ،

حسب المعطيات أن السير لا ينزلق على مجرى البكرة ، أي أنه إذا انتقل السير خلال المدة τ ب $\delta \ell$ فالنقطة M_1 تنتقل ب δs_1

$$\text{والنقطة } M_2 \text{ تنتقل ب } \delta s_2 \text{ بحيث أن } \delta s_1 = \delta s_2 \text{ أي أن } \frac{\delta s_1}{\tau} = \frac{\delta s_2}{\tau} \text{ وبالتالي فإن } v_1 = v_2 \text{ ومنه فإن } R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2$$

3 - حساب السرعة الزاوية ω_2 :

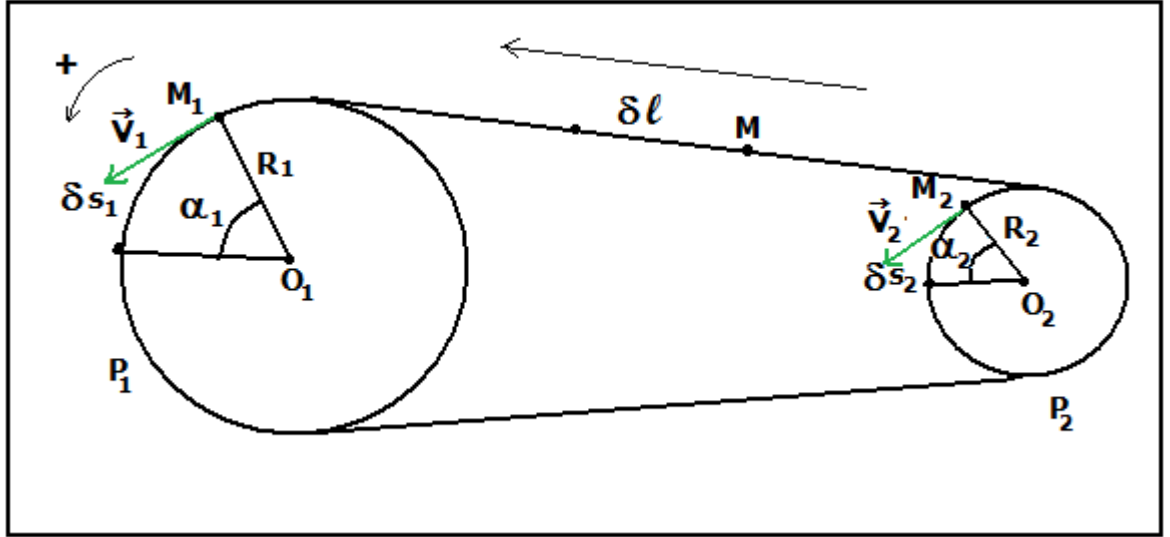
حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

$$\omega_2 = 42,6 \text{ rad / s}$$

4 - حساب دور وتردد البكرتين :

$$\text{بالنسبة للبكرة } P_1 : T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0,523 \text{ s و } N_1 = \frac{1}{T_1} = 1,91 \text{ Hz}$$

$$\text{بالنسبة للبكرة } P_2 : T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0,147 \text{ s و } N_2 = \frac{1}{T_2} = 6,80 \text{ Hz}$$



التمرين 8

الأجوبة :

1 - السرعة الزاوية لدوران الأرض : $\Omega_0 = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ rad / s}$

2 - تعبير السرعة الخطية لنقطة M من سطح الأرض : $v = \frac{2\pi R \cos \lambda}{T}$